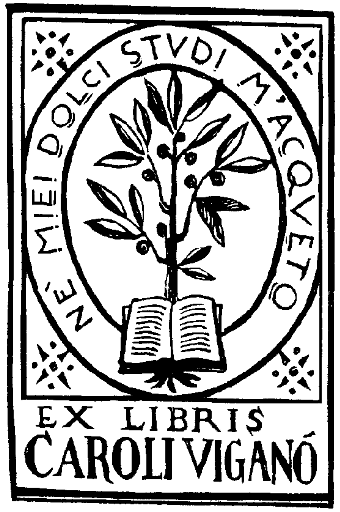


MISCELLANEVM HYPERBOLICVM, ET PARABOLICVM.

IN QVO PRÆCIPVE AGITVR DE CENTRIS Grauitatis Hyperbolæ, partium eiusdem,

Atque nonnullorum solidorum, de quibus nunquam Geometria locuta est.
Parabola nouiter quadratur dupliciter.
Ducuntur infinitarum parabolarum tangentes.
Assignantur maxima inscriptibilia, minimaque circumscriptibilia Infinitis Parabolis, Conoidibus, ac semifusis parabolicis.
Aliaque Geometrica noua exponuntur scitu digna.

AVTHORE
F. STEPHANO DE ANGELIS
VENETO,

Ordinis Iesuatorum S. HIERONYMI, *in Veneta Prouincia Definitore Prouinciali.*

AD ILLVSTRISSIMOS, ET SAPIENTISSIMOS
SENATVS BONONIENSIS
QVINQVAGINTA VIROS.

VENETIIS, M. DC. LIX.

Apud Ioannem Baptistam Ferrettum.

SVPERIORVM PERMISSV.

Illustrissimis, & Sapientissimis

BONONIENSIS SENATVS QVINQVAGINTA VIRIS

Dominis Colendissimis.

F. STEPHANVS ANGELI VENETVS

Ord. Iesuatorum S. Hieronymi, ac in Prouincia Veneta Prouincialis Definitor P.P.P.

EA Virtutis est vis (Illustrissimi & Sapientissimi DD.), ac solertissima indoles, vt animum suauitèr imbuat, disciplinisq; veluti temperamento peroptimo, iucundè comprimat, & instruat. Quod viuere est corpori, id menti prestat scire excellentius; namq; veluti Promethei inanis statua homo degeret, si à scientiarum radio feliciter non excitaretur ad vitam. Id docuit Apollinis lyra, que lapidem quondam dulcisona fecit carmina reddentem, vitales indidit auras, & voces, cum in reliquis grauitaret inanimis, atq; imè tenderet in centrum. Explicet prosperè plumas Dedalus, iungat humeris alas, se libret in aera, casus fugiat crudelitatis deludens ingenium; animus verè tunc petit æthera, cum sapientiæ adiumento fulcitur, scientiarumq;

acumine euadit nuperus Phęnix, vt vires sumat ad tentanda sydera. Deniq; volitabit mens incunctanter vbi studij artificium accesserit, idq; robur mutuabit à scientia, quod ab Archytę cura retulit lignea olim columba, cui pennas fabrefacere ad volatum, opificis sors fuit, & elucubratio valdè diligens. Ita est; si viuat corpus, àt rude extet ingenium, minimè dicendum, quod viuat homo, qui solum vt intelligat viuit, opusq; intelligentiæ exercendo ab animantibus cęteris secernitur. Natura gressum dat pedibus vt circumcursent per orbem; verùm, vt mens euehatur, virtus est, quæ capiti iungit adminicula; ideo Mercurius Scientiarum Numen, & Pręses, ceruicem, atq; plantas iurè implicat alis. Ergo si maxima debemus naturæ, cuius ope morituri viuimus, potiora scientiæ inscribenda, qua rectè, qua sapientèr, qua vtilitèr, qua decorè, qua perennitèr viuimus. Illa nos incunabulis, veluti carceri fascijs adstrictos, addicit; hęc perennitati generosè fouet. Illa ab vtero in ærumnosam vitam; hęc in gloriæ Capitolium educit. Illa lacte, quo saginamur infantes, ad corruptionem enutrit; hæc nos immortalitati parit, ac posthumos seruat. Illa demùm parentibus emancipat, & Patriæ; hæc quidquid sumus Lyceis, & præceptoribus inscribit; indeq; profitetur Achilles, plura debere Chyroni, qui ab animo ruditatem eliminauit, quam Thetydi, quæ corpus dedit, Stygijsq; vndis lotum ictibus exposuit in [illegible]. Bononia Gloriosa Studiorum Mater, quæ Athenarum reparat vetustatem, quæ scientijs gymnasia disertissima aperit, quæ Virtuti sola struit thronum, & domicilium, quæ postremò Męcenates parat sapientibus, ad Mathesis me accendit Amorem, opportunitatem contulit, Archimedemq; exhibuit,

exhibuit, Excellentissimum nempè Bonauenturam Caualerium, qui Geometriæ gloriam perfecit, huiusce prčclarissimæ Vrbis auxit nitorem, Iesuatorum cętum amplissime decorauit, vt puriori Geometricarum dulcedinum lacte, luculenter nutrirer. Hausi, quæ nunquam ad saturitatem degustabo alimenta. Vestrum Illustrissimi, & Sapientissimi DD. vrbanitati lenissimæ, quæ Pręceptorem Caualerium fouit impensè, iurè se statuit discipulus, quò fidenter deditissima Vobis hęc libet attramenta, quibus claritatem iungere, vt inoccidua splendescant, vestræ Nobilitatis, & laudis, opus erit, ac facinus pręstantissimum. Tenuis munusculi inopiam commendet qua promitur obsequentissima vouentis deuotio; hęc me vobis valdè spondet deuinctum, hęc consulit, & iubet, vt tandem, forsan cum fęnore, reddam, quę iam Geometrica ab hoc Lyceo iucundissimè ebibi rudimenta. Primitiarum titulis gloriantur hi labores, namq; centrum grauitatis hyperbolæ me primò fuisse perscrutatum profiteor. Vos hinc eligo Numina, quibus ęquissimè dicem, Vos operis optimè statuo Patronos. Ioannes della Faille, qui primus centrum grauitatis partium circuli, & Ellipsis est nactus, voluminis verticem Philippi Quarti Hispaniarum Potentissimi Regis, nomine, & maiestate coronauit. Quò gaudet communi titulo, hæc opella, eò præclarissimis Viris se nouit fore sacrandam. Excipiatis hęc vota, ideo à Vobis omnibus numeris maximis, cum exigua sit, & penè minima, tuenda. Cæterum si Pallas iis ortum ditauit irriguè pluens aurum, Vos paritèr Sapientissimæ Vrbis Præsides, quiq; ideò Mineruæ munus impletis, Astra ditent, ac prosperè tribuant ad gloriam senescere. Valete.

LE-

LECTORI BENEVOLO.

Elapso Mense Iulij exierunt è Typographi manibus quatuor nostri libri circa Infinitas Parabolas versantes. Subiectum equidem vetus, quum de ipso Cavalerius antè annum 1640. in problemate vltimo centuriæ suorum problematum; & anno 1647. in exercitationibus geometricis; pertractauerit. Sed circa illud, non modica vel totaliter ab ipso intacta, vel proprijs medijs ostensa, & roborata, manifestauimus. Verum dum tertius illorum sub prælo esset, succurrit modus centra grauitatis hyperbolæ, eiusque partium indagandi, supposita tamen ipsarum quadratura. Ast tunc nostra intererat opus de infinitis parabolis quam primum absoluere; quapropter & in epistola ad lectorem, & in calce quarti libri polliciti sumus, & argumentum illud, & tractatum de infinitis spiralibus, sequenti anno, explicare. Incepimus conscribere propositiones ad centrum grauitatis hyperbolæ attinentes; quando tot nouæ cognitiones geometricæ occurrerunt, vt nos coegerint (nescimus quo fato) sententiam mutare, impullerintque Miscellaneum præsens citissimè edere, opusculum de infinitis spiralibus ad aliud tempus reseruantes. Etenim nescimus an hoc primum futurum sit illorum, quæ forsan elaboraturi sumus. Modò namque phantasiam occupat argumentum quodam leuiter ab eximio Torricellio tactum; circa quod, doctrinas tùm in Miscellaneo præsenti, tùm in opere de infinitis parabolis expositas, insequentes, arbitramur nobis licitum fore futurum explicare quamplurima noua, tam circa mensuram, quam circa centra grauitatis infinitorum solidorum, infinitisque modis variatorum. Accipe ergo, benignè Lector, in præsentiarum Miscellaneum hocce, in quo quas principaliter enucleauimus doctrinas, habes in eius fronte. Porrò cupimus admoneri, nos in ipso aliqua indiuisibilium methodo dumtaxat confirmasse. Namque illa omittendo, putabamus, non modicè ingenium tuum labefactare. Haud enim indiuisibilium methodo roboratis assentiri, leuiterque circa regalem illum arguendi modum hæsitare, aliud proculdubio non indicat, quam eius vim, & energiam intimè, ac medulitùs minimè percipi. Perlege ergo sequentia si tibi placet, & Vale.

Noi

Noi Reformatori dello Studio di Padoa.

HAuendo osseruato per fede del Padre Inquisitore non esserui, nel Libro di Materie Matematiche del Pad. F. Steffano Angeli dell' Ordine de Gesuati, cosa contraria alla Santa Fede, e parimente per attestato del Segretario nostro niente contro Prencipi, è buoni costumi, permettemo, che possi essere stampato, douendo osseruarsi gl'Ordini, & esserne presentate due Copie, vna per la Libraria di Padoa, e l'altra di questa Città &c.

Dat. dal Magistr. nostro li 8. Ottobre 1659.

{ Nicolò Sagredo Cau. Proc. Ref.

Alemante Angelo Donini Segr.

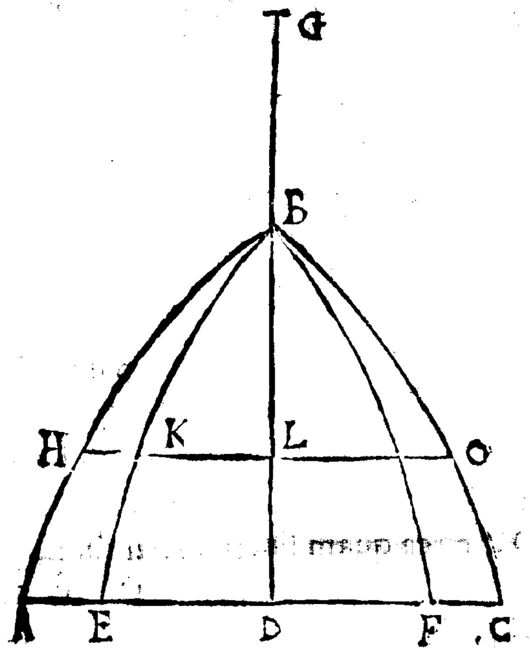
MISCELLANEVM HYPERBOLICVM, PARABOLICVMQVE.

FÆCVNDITAS trium propositionum initio tertij libri eorum, quos de infinitis conscripsimus parabolis, explicatarum, luculenter ex pronunciatis ijsdem in libris fuit omnibus patefacta. Hæc autem elucescet magis, magisque perlustrantibus in præsenti libro à nobis aperienda. Centra grauitatis circuli, & Ellipsis, aliquarumque ipsorum partium ad nostra tempora vsque incognita fuere. Nostro dumtaxat seculo Ioannes della Failla, Guldinus, alijque hæc detexere. Hæc & nos manifestauimus in 3. & 4. præcitatis libris, at methodo ab omnibus diuersa. Ast hæc centra inquirerentur frustra nisi circuli quadratura supponeretur. Semidiameter etenim ad interceptam inter centrum circuli, & centrum grauitatis sectoris eiusdem eam dicitur habere rationem, quæ inter partem circumferentiæ, rectamque lineam cadit. Ratio verò inter rectum, & curuum exprimenda, semota circuli quadratura, habetur nè forsitan? Nequaquam. Igitur prædicta centra minimè reperirentur, nisi circuli quadratura supponeretur. Tres in geometria extant insignes figuræ, quarum desideratur quadratura, Circulus, Ellipsis, ac Hyperbola. Circuli & Ellipsis, ac eorum partium (supposita talium figurarum quadratura) centra grauitatis reperta fuere; cur non etiam ipsius hyperbolæ? Centrum grauitatis hyperbolæ sub silentio relinquere quotquot de centro grauitatis figurarum scripsere. Saltem nescimus aliquem de ipso verba fecisse. Imò Guldinus lib. pri. centrobarycæ in calce pag. 9. liberè pronunciat. *Deest hoc loco hyperbolæ, eiusque partium centri grauitatis inuestigatio*. Curabimus ergo nos, hoc centrum, seù potius hæc centra, manifestare, at non nisi hyperbolæ supposita quadratura; in primisque ostendemus in qua linea diametro parallela sit centrum grauitatis semihyperbolæ. Ast quoniam hoc inquirimus media ratione, quam habet cylindrus conoidi hyperbolico circumscriptus, ad ipsum conoides; licet hanc nos docuerit Archimedes lib. de conoid. & sphæroid. proposit. 27. attamen & nos prius hanc assignabimus pluribus modis, interseque diuersis, ac nunquam excogitatis; & hoc eò libentius, quia data occasione, aliqua noua geometrica exponemus. Sit ergo.

PROPOSITIO PRIMA.

Si circa diametrum hyperbolæ sit etiam parabola ita diuidens basim hyperbolæ, vt quadratum semibasis, sit ad quadratum semibasis parabolæ, vt composita ex latere transuerso hyperbolæ, & ex diametro, ad transuersum latus. Tota parabola cadet intra hyperbolam.

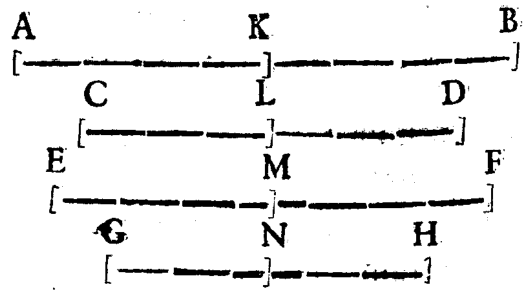
TRes sequentes proposit. probantur ferè iisdem terminis à Luca Valerio in append. ad lib. 3. de cent. grauit. proposit. pri. & 2. Esto ergo hyperbola ABC, cuius latus transuersum GB, diameter BD, circa quam sit etiam parabola EBF, sic secans AC, vt quadratum AD, sit ad quadratum DE, vt DG, ad GB. Dico totam parabolam EBF, cadere intra hyperbolam. Accipiatur arbitrariè punctum L, per quod ducatur ordinatim applicata HKL. Quoniam ex proposit. 21. prim. conic. quadratum HL, est ad quadratum AD, vt rectangulum GLB, ad rectangulum GDB; & ex hypothesi, est quadratum AD, ad quadratum DE, vt DG, ad GB; nempe sumpta communi altitudine DB, vt rectangulum GDB, ad rectangulum GBD. Ergo ex æquali, erit quadratum HL, ad quadratum ED, vt rectangulum GLB, ad rectangulum GBD. Rursum; quoniam in parabola est ex proposit. 20. lib. cit. quadratum ED, ad quadratum KL, vt DB,



ad BL, nempe sumpta communi altitudine GB, vt rectangulum DBG, ad rectangulum LBG. Ergo ex æquali, erit quadratum HL, ad quadratum KL, vt rectangulum GLB, ad rectangulum GBL. At rectangulum GLB, maius est rectangulo GBL. Ergo etiam quadratum HL, maius erit quadrato KL. Sed punctum L, sumptum est arbitrariè. Ergo omnes lineæ ordinatim applicatæ in parabola erunt minores singulis ordinatim applicatis in hyperbola. Quare patet propositum.

PROPOSITIO II.

Si quatuor magnitudinum sit prima, ad secundam, vt tertia, ad quartam; sitque ablata pars primæ ad ablatam partem secundæ, vt ablata pars tertiæ ad ablatam partem quartæ; et sint partes primæ proportionales partibus secundæ. Erit reliqua pars primæ ad reliquam partem secundæ, vt reliqua pars tertiæ ad reliquam partem quartæ.



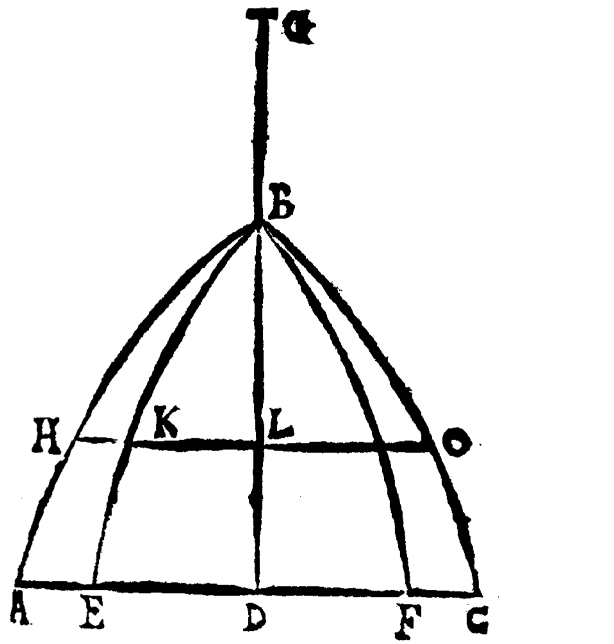
SIT vt prima AB, ad secundam CD, sic tertia EF, ad quartam GH; sitque kB, ad LD, vt MF, ad NH: pariter sit vt Ak, ad kB, sic EM, ad MF. Dico etiam AK, esse ad CL, vt EM, ad GN. Quoniam ex hypothesi componendo, est AB, ad Bk, vt EF, ad FM; & vt kB, ad LD, sic MF, ad NH; ergo ex æquali, vt AB, ad LD, sic EF, ad NH. At pariter est vt AB, ad totam CD, sic EF, ad totam GH. Ergo & AB, erit ad reliquam CL, vt EF, ad reliquam GN. Rursum, quoniam conuertendo, est BK, ad kA, vt FM, ad ME. Ergo componendo, & conuertendo, erit Ak, ad AB, vt EM, ad EF. Erat autem vt AB, ad CL, sic EF, ad GN.

GN. Ergo ex æquali, erit Ak, ad CL, vt EM, ad GN. Quod &c.

PROPOSITIO III.

Factis iisdem quæ in prima proposit. excessus quadratorum ordinatim applicatarum in hyperbola supra quadrata ordinatim applicatarum in parabola, erunt ad inuicem, vt quadrata partium diametri interceptarum inter ipsas, & verticem figurarum.

IN eodem schemate, sint ordinatim applicatæ ad diametrum AEDC, HKLO, Dico excessum quadrati AD, supra quadratum ED, esse ad excessum quadrati HL, supra quadratum kL, vt quadratum DB, ad quadratum BL. Quoniam enim quadratum totum AD, est ad totum quadratum HL, vt totum rectangulum GDB, ad totum rectangulum GLB: & ablatum quadratum ED, probatum est esse ad ablatum quadratum KL, vt ablatum rectangulum DBG, ad ablatum rectangulum LBG: estque ablatum quadratum DE, ad reliquum rectangulum AEC, vt ablatum quadratum Lk, ad ablatum rectangulum HkO (quia cum ex hypothesi, sit quadratum AD, ad quadratum DE, vt DG, ad GB; nempe vt rectangulum GDB, ad rectangulum GBD; erit diuidendo, & conuertendo, quadratum DE, ad rectangulum AEC, vt rectangulum GBD, ad quadratum BD). Ergo ex proposit. anteced. erit & vt reliquum rectangulum AEC, ad reliquum rectangulum HkO, vt reliquum quadratum DB, ad reliquum quadratum BL. Quod &c.

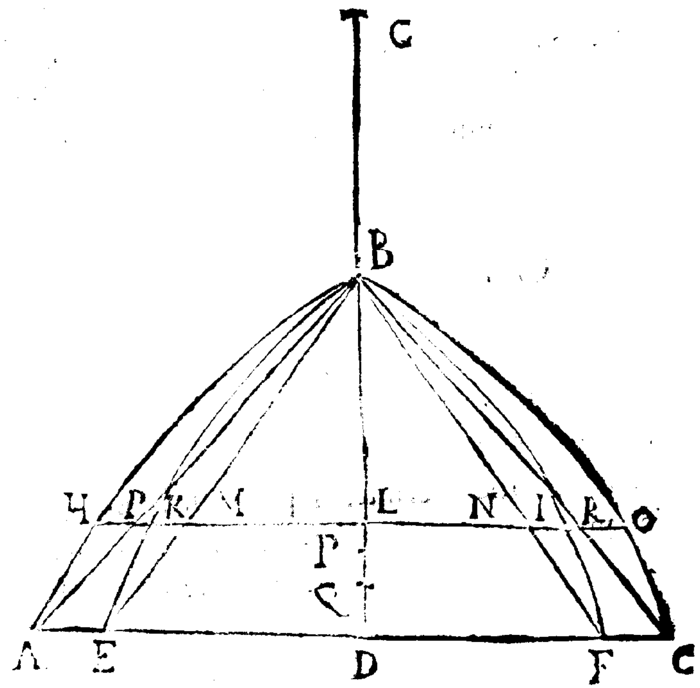


PROPOSITIO IV.

Si ex figuris antecedentium propositionum intelligantur generari conoidea, in quibus inscribentur coni super iisdem basibus, & circa eandem diametrum. Differentia conoideorum tam secundum totum, quam secundum partes

partes proportionales, erit æqualis differentiæ conorum.

SEd ex hyperbola ABC, & parabola EBF, intelligantur genita conoidea, in quibus sint inscripti pariter coni ABC, EBF. Dico differentiam conoideorum, nempe excessum conoidis hyperbolici supra conoides parabolicum, æqualem fore differentiæ conorum. Sumatur in diametro BD, arbitrariè punctum L, per quod agatur planum HO, plano AC, parallelum, secans omnia dicta solida, vt in schemate. Quoniam enim vt quadratum DB, ad quadratum BL, sic est tam quadratum totius AD, ad quadratum totius PL, quam ablatum quadratum ED, ad ablatum quadratum ML: & quadratum DE, est ad rectangulum AEC, vt quadratum LM, ad rectangulum PMR (quia proportiones horum quadratorum ad hæc rectangula componuntur ex iisdem proportionibus, vt facile quilibet modicè in geometria expertus potest agnoscere). Ergo ex propos. 2. erit vt quadratum DB, ad quadratum BL, sic rectangulum AEC, ad rectangulum PMR. Sed etiam ex proposit. antec. est vt quadratum DB, ad quadratum BL, sic rectangulum AEC, ad rectangulum HkO. Ergo vt rectangulum AEC, ad rectangulum PMR, sic idem rectangulum AEC, ad rectangulum HkO. Ergo rectangulum PMR, erit æquale rectangulo HkO. Quare etiam armilla circu-



circularis PMR, erit æqualis armillæ circulari HkO. Cum verò punctum L, sumptum sit arbitrariè, sequitur omnes armillas differentiæ conorum, æquales esse omnibus armillis differentiæ conoideorum. Ergo & differentia conorum erit æqualis differentiæ conoideorum.

Sicuti autem probatum est totas illas differentias æquales esse, sic probari potest quaslibet ipsarum partes proportionales item fore æquales. v. g. si intelligatur ductum planum HO, probari potest eodem modo, partem differentiæ conoideorum con-

 tentam

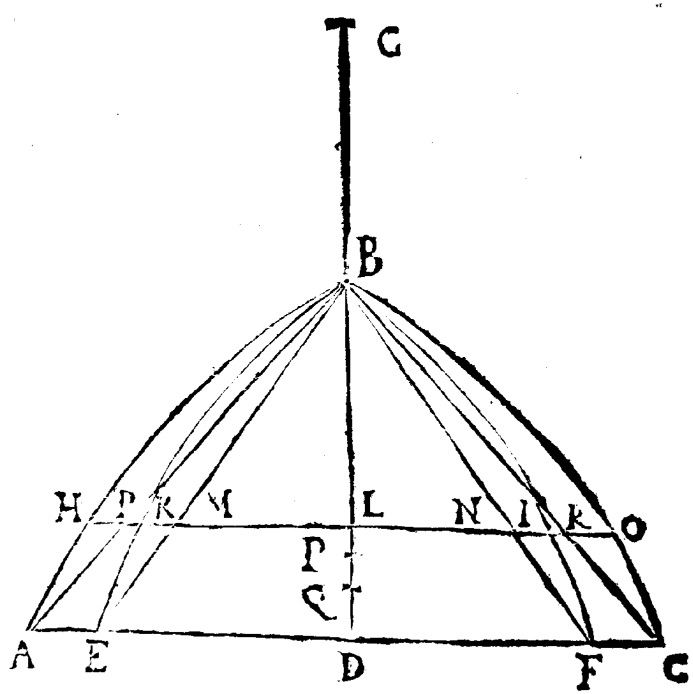
tentam inter plana HO, AC, æqualem esse parti differentię conorum inter eadem plana contentæ; quod cum sit de sè euidens, omittitur. Patet ergo differentias conoideorum & conorum, æquales esse inter se, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Non turbetur autem lector videns præsentem propositionem probari per indiuisibilium methodum, imo admiretur excellentiam, & vniuersalitatem illius methodi veritatem prodientis etiam illis modis, quibus nequit manifestari methodo antiquorum. Nam in superiori constructione nescimus an methodus antiquorum possit adhiberi, quia in differentijs prædictis nequeunt inscribi cylindri. Quid ergo? Conclusio demonstrata falsa erit, quia per indiuisibilia fuit roborata? Nequaquam. Nam etiam eadem conclusio probari potest methodo antiquorum, sed alia præparatione adhibita, vt patebit suo loco.

SCHOLIVM II.

Sed antequam nos expediamus à præsenti propositione, operę pretium ducimus manifestare eas notitias, quas ex ipsa, & ex dictis in nostro lib. 4. de infinitis parabolis possumus eruere. Cum enim excessus



cessus sæpe dicti sint æquales inter se tam secundum totum, quam secundum partes proportionales, sequitur consequenter iuxta doctrinam præcit. 4. lib. esse quantitates proportionaliter analogas tam secundum magnitudinem, quam secundum grauitatem. Quare ex proposit. 13. eiusdem libri, centra grauitatis horum excessuum secabunt BD, eodem pacto. Cum ergo centrum grauitatis differentiæ conorum, quod sit v. g. L, sic secet BD, vt BL, sit tripla LD (nam idem est centrum grauitatis excessus prædicti, & conorum ABC, EBF). Ergo

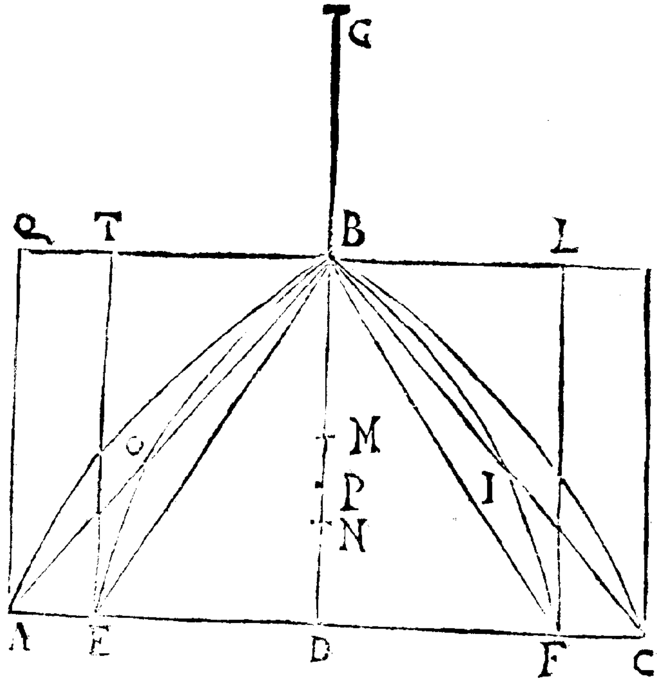
 etiam

etiam centrum grauitatis differẽtiæ conoideorum sic secabit B D, in L, vt BL, sit tripla LD. Imo cum traiecto quolibet plano H O, parallelo A C, pars differentiæ conoideorum contenta inter plana H O, A C, sit proportionaliter analoga cum parte differentiæ conorum contenta inter eadem plana; & cum in illo lib. 4. pluribus modis sit assignatum centrum grauitatis prædictæ partis differentiæ conorum, quia centrum grauitatis illius sic diuidit L D, sicuti ipsam diuidit centrum grauitatis frustorum conorum EMNF, APRC, vt consideranti patebit: sequitur etiam pluribus modis haberi centrum grauitatis differentiæ conoideorum contentæ inter plana H O, A C. Notetur etiam nos in hoc opere citaturos esse antecedentia huius operis, & propos. librorum nostrorum de infinitis parabolis. Dum ergo citabimus propos. huius operis, dicemus, ex tali proposit. vel ex schol. talis proposit. Dum vero citabimus libros de infinitis parabolis, dicemus ex prop. tali libri talis. v.g. ex propos. 4. lib. 3. intelligendo semper nostri operis.

PROPOSITIO V.

Cylindrus circumscriptus conoidi hyperbolico est ad ipsum, vt composita ex axi, seù diametro, & ex latere transuerso conoidis, ad dimidium lateris transuersi, vna cum tertia parte axis, seù diametri.

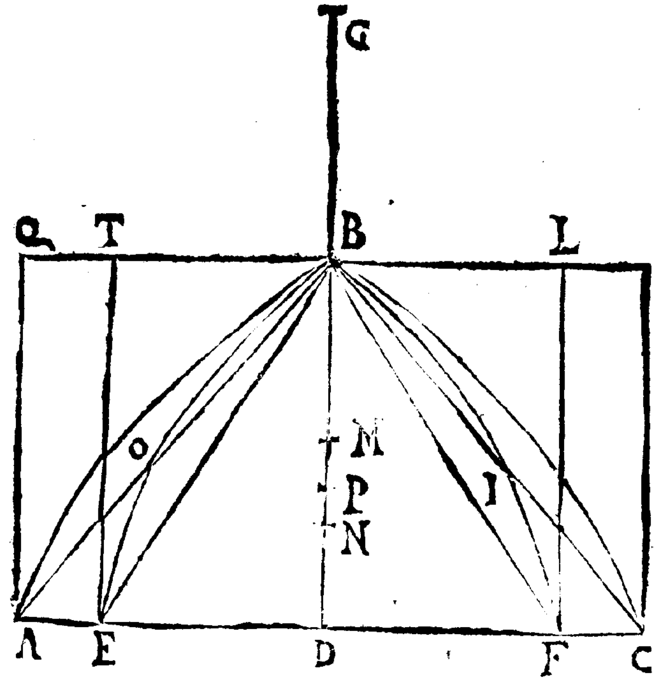
Intel-



INtelligantur omnia solida antecedentis proposit. & ipsis conoidibus sint circumscripti cylindri QC, TF. Quoniam conoides hyperbolicum constat ex differentia conoideorum, & ex conoide parabolico; & differentia conoideorum est æqualis differentiæ conorum; ergo ratio cylindri QC, ad conoides A B C, erit eadem cum ratione eiusdem cylindri ad differentiam conorum, & ad conoides parabolicum E B F. At ratio cylindri QC, ad differentiam conorum est eadem cum ratione quadrati A D, ad tertiam partem rectanguli A E C, vt consideranti patebit; quia cum sit ad conum A B C, vt

qua-

quadratum AD, ad tertiam partem sui; & ad conum EBF, vt idem quadratum AD, ad tertiam partem quadrati ED; sequitur esse ad differentiam conorum vt idem quadratum AD, ad tertiam partem differentiæ quadratorum AD, DE; nempe ad tertiam partem rectanguli AEC. Cum verò ex hypothesi, sit quadratum AD, ad quadratum ED, vt DG, ad GB; ergo per conuersionem rationis, erit quadratum AD, ad rectangulum AEC, vt GD, ad DB. Et quadratum AD, erit ad tertiam partem rectanguli AEC, vt GD, ad tertiam partem DB. Quare etiam cylindrus QC, erit ad differentiam conorum, & consequenter ad differentiam conoideorum, vt GD, ad tertiam partem DB. Pariter ratio cylindri QC, ad conoides EBF, est eadem cum ratione quadrati AD, ad dimidium quadrati ED. Quia cum sit ad cylindrum TF, vt quadratum AD, ad quadratum ED; & cum conoides EBF, sit dimidium cylindri TF, vt sæpe probatum est in nostris lib. de infinit. parab. Ergo cylindrus QC, erit ad conoides EBF, vt quadratum AD, ad dimidium quadrati ED; nempe ex hypothesi, vt DG, ad dimidiam GB. Ergo colligendo consequentia, erit cylindrus QC, ad conoides, & ad differentiam conoideorum, nempe ad conoides hyperbolicum ABC, vt GD, ad dimidiam GB, cum tertia parte BD. Quod erat ostendendum.



PROPOSITIO VI.

In solidis sæpe dictis, excessus conoidis hyperbolici supra conum sibi inscriptum est æqualis excessui conoidis parabolici illi inscripti supra conum illi inscriptum, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

QVantum ad totos excessus sic patebit. Cum enim ex proposit. 4. excessus conoideorum sit æqualis excessui conorum, si communis auferatur illa pars, quæ generatur ex reuolutione trilinei mixti

AOE, & communis addatur pars genita ex figura contenta à recta, & curua OB, patebit propositum.

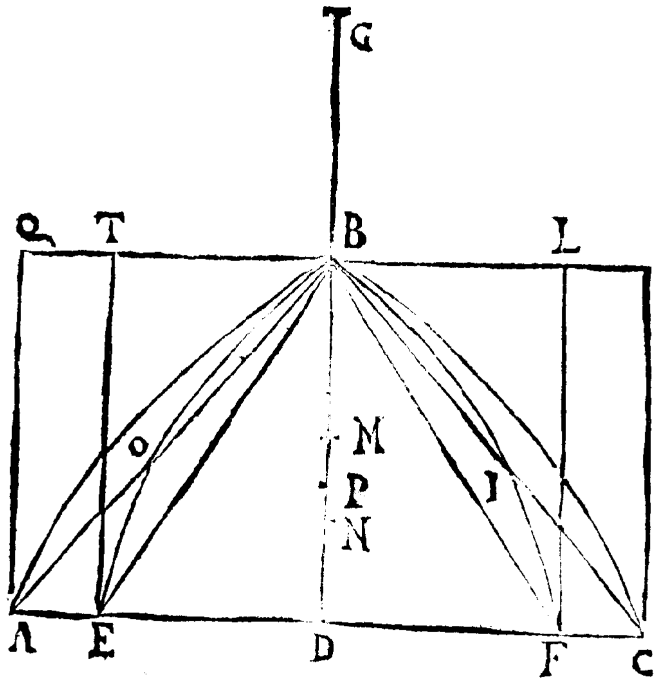
Quantum verò ad partes proportionales, non erit dissimilis demonstratio ab antecedenti, addendo, & auferendo partes communes secundum quod planum secans parallelum plano AC, transit vel per puncta O, I, vel suprà, vel infrà ipsa. Quare &c.

SCHOLIVM.

Ergo excessus prædicti conoideorum supra suos conos erunt quantitates proportionaliter analogæ, tam in magnitudine, quam in grauitate. Cum ergo excessus conoidis parabolici EBF, supra suum conum sit dimidium talis coni, quia conoides est sesquialterum coni. Ergo etiam excessus conoidis hyperbolici ABC, supra suum conum erit dimidium coni inscripti in conoide EBF. Quare cylindrus QC, qui est ad conum inscriptum in conoide parabolico, vt quadratum AD, ad tertiam partem quadrati ED, erit ad excessum conoidis ABC, supra conum ABC, vt idem quadratum AD, ad sextam partem quadrati DE. Quod notetur.

Item, quoniam excessus prædicti sunt magnitudines proportionaliter analogæ in grauitate. Ergo idem punctum in BD, erit centrum grauitatis cuiuslibet talium excessuum. Cum ergo punctum medium

dium



dium ipsius BD, sit centrum grauitatis excessus conoidis parabolici EBF, supra conum EBF; sequitur etiam centrum grauitatis excessus conoidis ABC, supra suum conum esse in medio ipsius BD.

Quod vero centrum grauitatis excessus conoidis parabolici EBF, supra suum conum sit medium punctum ipsius BD, patet. Quia P, centrum grauitatis conoidis diuidit BD, vt BP, sit ad PD, vt 2, ad 1, seù vt 8. ad 4. N, verò centrum grauitatis coni diuidit BD, sic, vt BN, sit ad ND, vt 3. ad 1. seù vt 9. ad 3. Ergo qualium

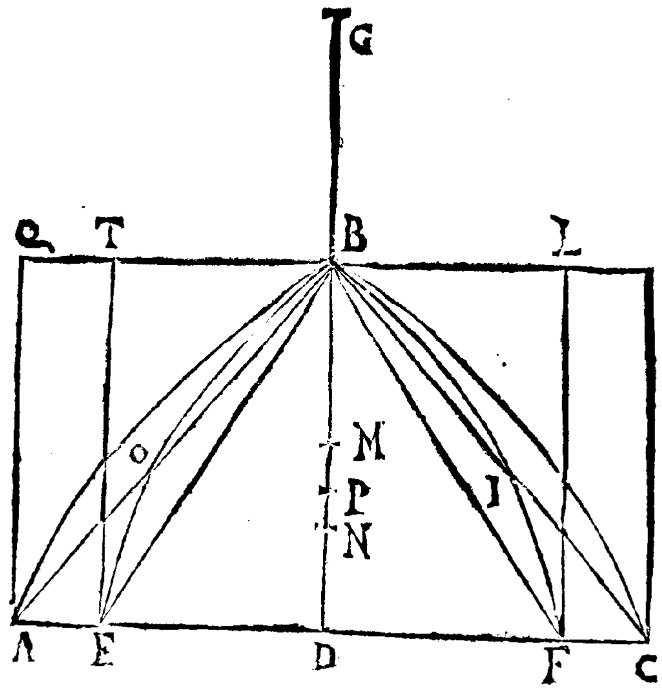
C BD,

BD, est 12, talium PN, erit 1. Cum verò si fiat vt excessus conoidis supra conum ad conum, nempe vt 1, ad 2, sic reciprocè NP, ad PM, sit M, centrum grauitatis excessus prædicti. Sequitur qualium BD, erat 12, PN, 1, & BP, 8, talium PM, esse 2, & BM, 6. Quare patet propositum.

PROPOSITIO VII.

Cylindrus circumscriptus conoidi hyperbolico est ad ipsum, vt composita ex axi, seù diametro, & ex latere transuerso conoidis, ad dimidium lateris transuersi, vna cum tertia parte axis, seù diametri.

PRopositio ergo quinta probatur alio modo. Sint solida prædicta, &c. Dico cylindrum QC, esse ad conoides hyperbolicum ABC, vt GD, ad dimidiam GB, cum tertia parte DB. Cum enim conoides ABC, diuidatur in conum ABC, & in excessum ipsius supra ipsum; sequitur QC, cylindrum esse ad conoides ABC, vt est etiam ad conum ABC, & ad excessum conoidis supra conum. Cylindrus QC, est ad conum ABC, vt quadratum AD, ad sui tertiam partem: & ex schol. ant. est ad excessum conoidis ABC, supra suum conum vt quadratum AD, ad sextam partem quadrati DE. Ergo colligendo ambo consequentia, erit QC, ad conum, & ad excessum, nempe ad conoides ABC, vt quadratum AD, ad sui tertiam partem, vna

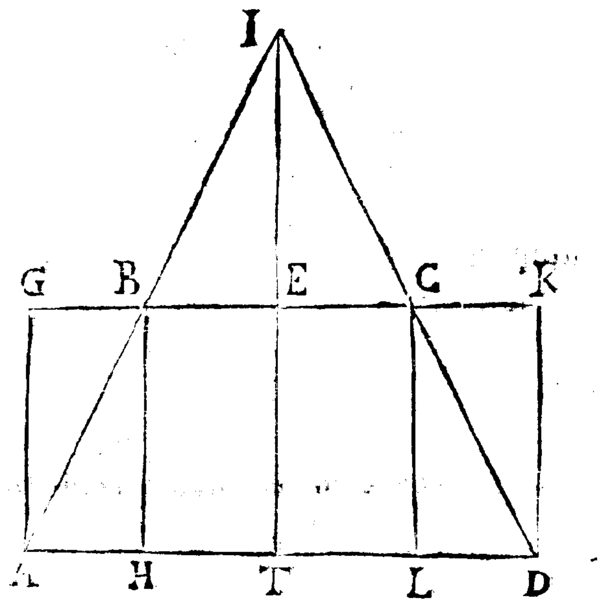


vna cum sexta parte quadrati ED. Cum autem ex hypothesi, sit vt quadratum AD, ad quadratum DE, sic DG, ad GB; erit & vt quadratum AD, ad sui tertiam partem, cum sexta parte quadrati ED, sic GD, ad sui tertiam partem cum sexta parte GB. Ergo etiam cylindrus QC, erit ad conoides ABC, vt DG, ad sui tertiam partem (nempe ad tertiam partem ipsarum GB, BD) vna cum sexta parte GB. At tertia pars GB, vna cum sexta parte eiusdem facit dimidiam GB. Ergo QC, erit ad conoides hyperbolicum ABC, vt GD, ad dimidiam GB, cum tertia parte BD. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO VIII.

Si frusto coni cuius opposita plana parallela, circumscribatur cylindrus, & alter inscribatur, cuius basis minor basis frusti, & latera trapezij genitoris frusti producantur vsque ad concursum cum diametro. Tubus cylindricus, qui est excessus cylindri circumscripti supra cylindrum inscriptum, erit ad excessum frusti supra cylindrum inscriptum, vt composita ex diametro frusti, & ex dupla intercepta inter minorem basim, & punctum concursus laterum trapezij, ad compositam ex tali intercepta, & ex tertia parte diametri frusti.

FRusto coni ABCD, cuius diameter ET, & opposita plana parallela ad inuicem sint BC, AD, circumscribatur cylindrus GD, & inscribatur HC; & latera AB, DC, producantur vsque dum occurrant TE, productæ in I. Dico tubum cylindricum GHCD, esse ad excessum frusti ABCD, supra cylindrum BL, nempe ad solidum genitum ex triangulo ABH, reuoluto circa ET, vt composita ex TE, & ex dupla IE, ad IE, vna cum tertia parte TE. Cum enim cylindrus GD, sit ad cylindrum BL, vt quadratum AT, ad quadratum TH, seù BE; nempe vt quadratum TI, ad quadratum IE. Ergo & per conuersionem rationis,



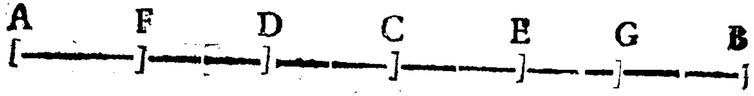
erit GD, ad tubum GHCD, vt quadratum IT, ad excessum ipsius supra quadratum IE; nempe ad duplum rectangulum IET, cum quadrato TE; nempe ad rectangulum sub composita ex dupla IE, & ET, & sub ET. Quare & conuertendo, erit tubus GHK, ad GD, vt prædictum rectangulum ad quadratum IT. Cylindrus GD, est ex dictis in schol. 2. proposit. 15. lib. 2. ad frustum ABCD, vt tripla TI, ad TI, IE, & harum tertiam minorem proportionalem; nempe ducendo has in IT, vt triplum quadratum IT, ad quadratum IT, rectangulum TIE, & rectangulum sub TI, & sub fub tertia proportionali (quod rectangulum eft æquale quadrato IE): nempe fubtriplando terminos, eft GD, ad ABCD, vt quadratum TI, ad tertiam partem quadratorum TI, IE, & rectanguli TIE, quæ tertia pars eft æqualis quadrato IE, rectangulo IET, & tertiæ parti quadrati TE. At idem cylindrus GD, eft ad cylindrum BL, vt quadratum AT, ad quadratum HT, feù BE; hoc eft vt quadratum TI, ad quadratum IE. Ergo idem cylindrus GD, erit ad exceffum frufti ABCD, fupra cylindrum BL, vt quadratum TI, ad rectangulum IET, vna cum tertia parte quadrati TE; nempe vna cum rectangulo contento fub TE, & fub tertia parte TE. Aft erat fupra tubus GHK, ad cylindrum GD, vt rectangulum fub compofita ex dupla IE, & ex ET, & fub TE, ad quadratum IT. Ergo ex æquali, erit tubus GHk, ad exceffum frufti ABCD, fupra cylindrum BL, vt prædictum rectangulum, ad rectangulum IET, vna cum rectangulo fub TE, & fub tertia parte ET. Quæ duo rectangula cum fint idem ac rectangulum fub compofita ex IE, & ex tertia parte ET, & fub TE. Sequitur GHk, effe ad exceffum prædictum, vt rectangulum fub compofita ex dupla IE, & ex ET, & fub ET, ad rectangulum fub eadem ET, & fub compofita ex IE, & ex tertia parte ET; nempe propter commune latus ET, vt compofita ex dupla IE, & ex ET, ad IE, cum tertia parte ET. Quod erat oftendendum.

PRO-

PROPOSITIO IX.

Si recta AB, fit fecta bifariam in C, & in D, E, æque remotè à C, & pariter in F, G, æque remotè à C; fitque rectangulum AFB, æquale quadrato DC. Erit etiam rectangulum ADB, æquale quadrato FC.

CVm enim rectangulum AFB, diuidatur in rectangulum fub AF, in DB, & in rectangulum AFD, nempe in rectangulum fub FD, in GB. Ergo rectangula AF, DB; FD, GB, erunt æqualia quadrato DC. Quare addito communi rectangulo FDG. Ergo rectangula AF, DB; FD, GB;



FDG, erunt æqualia quadrato DC, & rectangulo FDG; nempe quadrato FC. At rectangula FDG, & FD, GB, faciunt rectangulum FDB. Quod cum rectangulo AF, DB, facit rectangulum ADB. Quare etiam rectangulum ADB, erit æquale quadrato FC. Quod &c.

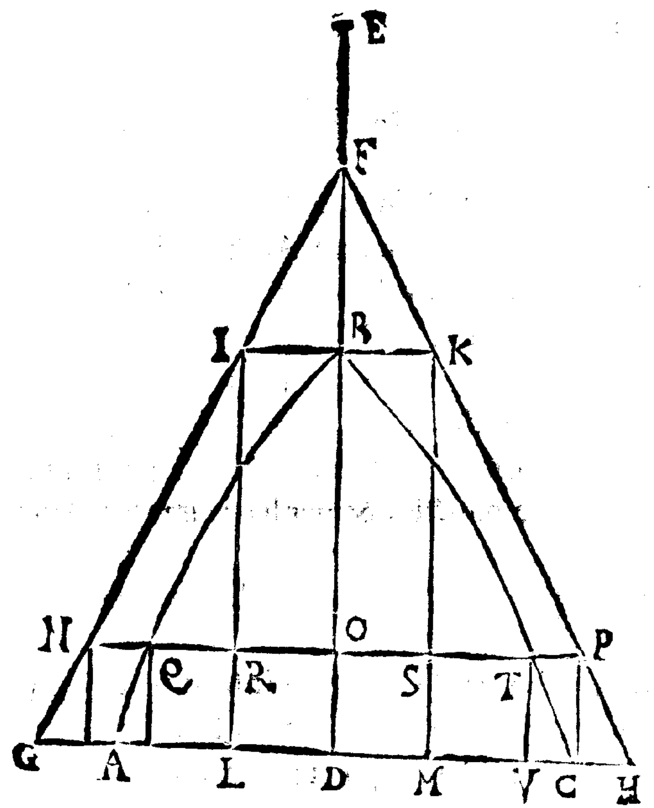
PROPOSITIO X.

Si conoides hyperbolicum includatur intra fruftum conicum habens oppofitas bafes parallelas, & latera trapezij genitoris frufti fint partes afymptoton hyperbolæ genitricis

conoi-

conoidis; intraque frustum conicum, & supra minori basi ipsius inscribatur cylindrus. Erit excessus frusti conici supra cylindrum sibi inscriptum æqualis conoidi hyperbolico, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

Conoides hyperbolicum ABC, cuius diameter DB, latus transuersum EB, centrum F, asymptoti hyperbolæ genitricis FG, FH, intelligatur inclusum intra frustum conicum GIKH, cuius opposita plana parallela sint Ik, GH, & in ipso sit inscriptus cylindrus IM. Dico excessum frusti GIkH, supra cylindrum IM, æqualem esse conoidi ABC, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Sumatur enim in diametro arbitrariè punctum O, per quod agatur planum NOP, GH, parallelum, secans omnia solida, vt in schemate. Quoniam enim quadratum NO, est æquale tam rectangulo NQP, cum quadrato QO, quam rectangulo NRP, cum quadrato RO. Ergo rectangulum NQP, cum quadrato QO, erit æquale rectangulo NRP, cum quadrato RO. At ex 2. conic. proposit. 10. rectangulum NQP, est æquale quadrato IB, seù quadrato RO. Ergo reliquum rectangulum NRP, erit æquale quadrato QO. Quare etiam armilla circularis NRP, erit æqualis circulo QT. Punctum autem O, sumptum est arbitrariè; ergo omnes Armillæ genitæ ex reuolutione trianguli GIL, circa BD, erunt æquales omni-



omnibus circulis conoidis ABC, AC, parallelis. Ergo & solidum genitum ex triangulo, nempe excessus frusti GIKH, supra cylindrum IM, erit æqualis ipsi conoidi ABC. Quod verò ostensum est de totis istis solidis, probaretur etiam de partibus proportionalibus; quia eodem modo probaretur v. g. partem excessus contentam inter plana NP, GH, æqualem esse frusto hyperbolico AQTC. Quare patet prædicta solida æqualia esse tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Quod &c.

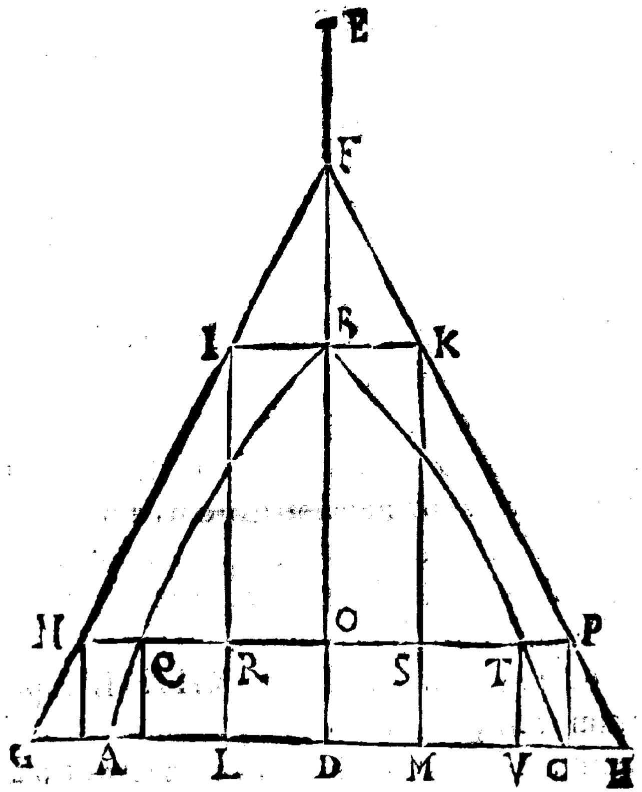
SCHOLIVM I.

Licet hæc propositio ostensa sit per indiuisibilia, potest tamen probari modo Archimedeo. Cum enim probatum sit armillam circularem NRP, æqualem esse circulo QT, etiam (si inscribantur) tubus cylindricus NLP, inscriptus in excessu frusti coni supra cylindrum, erit æqualis cylindro QV, inscripto in conoide. Si ergo diuidatur BD, in quibuscunque punctis, & per hæc agantur plana vt supra, & fiant tubi, & cylindri modo antedicto, facile patebit omnes tubos cylindricos inscriptos in excessu frusti coni supra cylindrum, æquales fore omnibus cylindris in conoide inscriptis. Quare si hæc diuisio fiat per continuam bisectionem DB, partiumque eiusdem; quia tam in excessu frusti supra cylindrum, quam in conoide inscribemus solida ab ipsis deficientibus defectu minori quacunque data magnitudine; tandem concludemus excessum prædictum, & conoides esse magnitudines æquales. Hæc autem viris Euclideis, Archimedeisque sunt nimis obuia.

SCHOLIVM II.

Potest ergo consequenter ad superius sæpe dicta, deduci

deduci



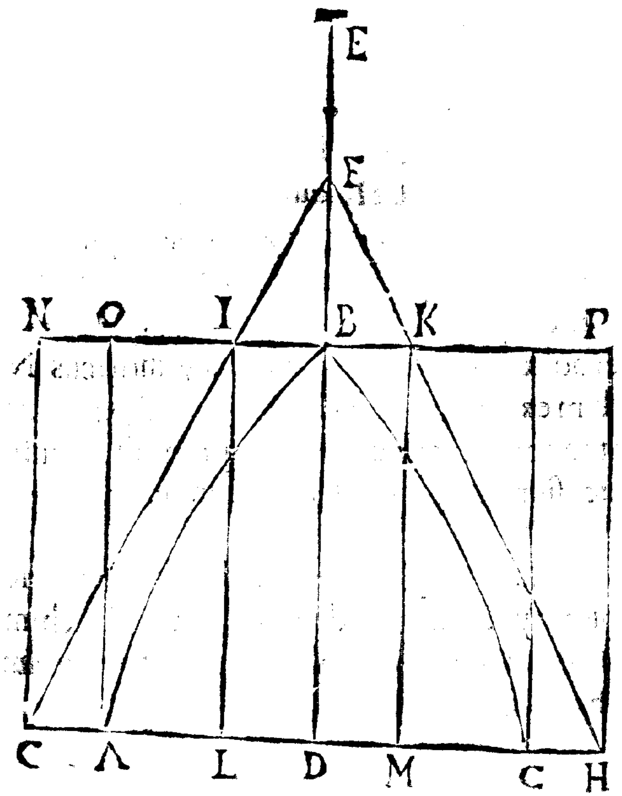
deduci ex his, excessum prædictum, & conoides hyperbolicum, esse quantitates proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in grauitate, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Vnde si aliquo pacto inuenietur centrum grauitatis, vel totius excessus prædicti, vel partis eius in BD; idem erit centrum grauitatis conoidis hyperbolici ABC, vel segmenti eiusdem, &c. Idem intelligatur è contra.

SCHOLIVM III.

Galileus in postremis dialogis pag. apud nos, 28, ostendit paradoxum quodam; nimirum, circuli circumferentiam æqualem esse puncto. Vt hoc ostendat vtitur excessu cylindri supra hemisphærium, & cono, vt ibidem potest conspici. Sed sicuti vsus fuit excessu cylindri supra hemisphærium, sic etiam poterat vti excessu cylindri supra hemisphæroides; eadem enim fuisset demonstratio. Paradoxum Galilei ostendimus & nos in appendice nostri libelli sexaginta problematum geometricorum, adhibendo excessum cylindri supra conoides parabolicum, & ipsum conoides. Hoc idem paradoxum facile ex præsenti proposit. patebit confirmari posse, adhibendo excessum prædictum frusti coni GIKH, supra cylindrum LM, & conoides hyperbolicum ABC. Probatum est enim, vbicunque traiciatur planum NP, plano GH, parallelum, semper armillam NRP, æqualem esse circulo QT; sicuti quamlibet partem excessus æqualem esse proportionali parti conoidis. Cum ergo excessus prædictus desinat in circumferentia circuli cuius diameter IK, sicuti conoides desinit in puncto B; videtur ergo colligi circumferentiam æqualem esse vertici B.

PROPOSITIO XI.

Cylindrus circumscriptus conoidi hyperbolico est ad ipsum, vt composita ex axi, seu diametro, & ex latere transuerso conoidis, ad dimidium lateris transuersi, vna cum tertia parte axis, seu diametri.



Conoidi hyperbolico ABC, cuius diameter DB, latus transuersum EB, sit circumscriptus

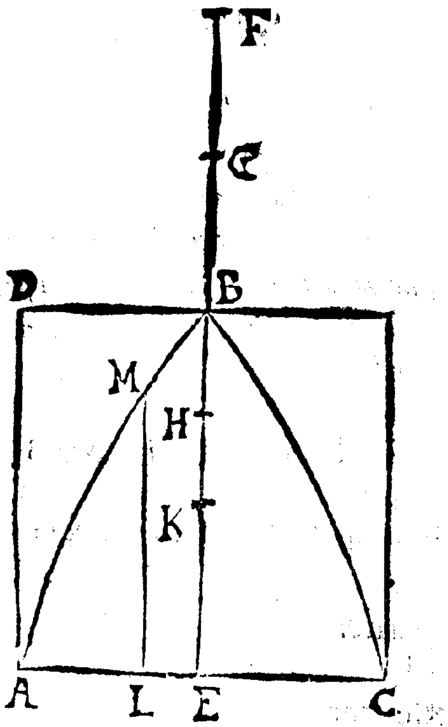
ptus cylindrus OC. Dico hunc esse ad illud vt ED, ad dimidiam EB, cum tertia parte BD. Sit F, centrum hyperbolæ genitricis, & FG, FH, sint eius asymptoti, & per B, sit ducta IB, parallela GD; intelligamusque ex reuolutione trapezij GIBD, circa BD, genitum esse frustum conicum GIKH, cui sit circumscriptus cylindrus NH, & inscriptus IM. Quoniam linea GH, diuisa est secundum conditiones proposit. 9. nam ex proposit. 10. 2. conic. rectangulum GAH, est æquale quadrato IB, seù quadrato LD. Ergo rectangulum GLH, erit æquale quadrato AD. Ergo etiam armilla circularis GLH, quæ est basis tubi cylindrici NLP, erit æqualis circulo AC, basi cylindri OC. Cum ergo ex proposit. anteced. excessus frusti coni GIkH, supra cylindrum IM, sit æqualis conoidi hyperbolico ABC. Ergo tubus cylindricus NLP, ad illum excessum, & cylindrus OC, ad conoides erunt in eadem ratione. At ex proposit. 8. tubus est ad excessum vt ED, ad FB, cum tertia parte DB. Quare patet propositum.

Ostensa ergo proportione cylindri circumscripti conoidi hyperbolico ad ipsum, facile docebimus in qua linea diametro parallela sit centrum grauitatis semihyperbolæ. Sit ergo.

PROPOSITIO XII.

Si fiat vt semihyperbola ad dimidium parallelogrammi sibi circumscripti, sic composita ex semilatere transuerso hyperbolæ, & ex tertia parte axis eiusdem, ad aliam: deinde fiat vt composita ex latere transuerso & ex axi, ad inuentam, sic basis semihyperbolæ ad sui partem abscindendam incipiendo ab axi. Centrum grauitatis semihyperbolæ erit in linea per punctum ducta axi parallela.

Esto hyperbola ABC, cuius axis BE; centrum G; latus transuersum FB; parallelogrammum ei circumscriptum sit DC; sitque BH, tertia pars BE; & fiat vt ABE, ad dimidium DE, sic GH, ad Ek; & pariter fiat vt FE, ad Ek, sic AE, ad EL; ac per L, ducatur LM, parallela BE. Dico in ML, esse centrum grauitatis semihyperbolæ ABE. Intelligamus DE, cum semihyperbola ABE, rotari circa BE. Quoniam ex proposit. 5. 7. & 11. cylindrus DC, est ad conoides ABC, vt FE, ad GH; & ratio FE, ad GH (de foris sumpta Ek) componitur ex rationibus FE, ad Ek, & huius ad GH. Ergo etiam ratio cylindri ad conoides componetur ex ijsdem rationibus. Sed ex schol. 1. proposit. 3. lib. 3. ratio cylindri ad conoides componitur etiam ex ratione dimidij DE, ad ABE, & ex ratione AE, ad interceptam inter EB, & centrum æquilibrij ABE, seù grauitatis duplicatæ ABE,



ad partes AE; & supra factum est conuertendo, vt dimidium DE, ad ABE, sic kE, ad GH. Ergo rationes FE, ad Ek, & Ek, ad GH, æquales erunt rationibus Ek, ad GH, & AE, ad prædictam interceptam. Ergo si auferatur communis ratio kE, ad GH; FE, ad Ek, erit vt AE, ad illam interceptam. Sed ex constructione, vt FE, ad Ek, sic AE, ad EL. Ergo L, erit centrum æquilibrij semihyperbolæ. Et consequenter in LM, erit centrum grauitatis semihyperbolæ. Quod &c.

SCHO-

SCHOLIVM.

Tria autem, quæ collecta sunt in quamplurimis propositionibus lib.3. colligentur etiam nunc. Nam primò, tam super DE, quam supra ABE, intellectis cylindricis rectis æquealtis resectis diagonaliter plano transeunte per EB, & per latus oppositum ipsi DA, colligentur cubationes amborum truncorum cylindrici super semihyperbola existentis, cum hac tamen diuersitate; quod cubatio trunci sinistri dabitur semota hyperbolæ quadratura; quia sine tali quadratura datur ratio DC, cylindri ad conoides ABC; secùs dicendum de cubatione trunci dexteri, quæ non habetur nisi supposita quadratura. Secundum est (quadratura supposita) ratio cylindri ex DE, circa DA, ad annulum strictum ex semihyperbola ABE, circa DA. Tertium est ratio conoidis, & prædicti solidi ad inuicem, pariter supposita quadratura.

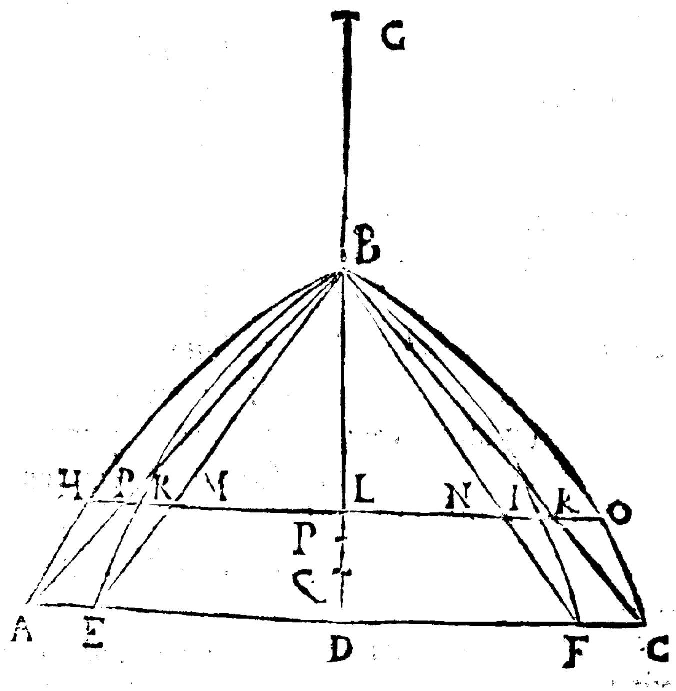
Sed antequam vlterius progrediamur, sicuti pluribus modis patefacta est ratio cylindri circumscripti ad conoides, sic non erit inutile assignare centrum grauitatis conoidis. Sit ergo.

PROPOSITIO XIII.

Centrum grauitatis conoidis hyperbolici sic diuidit à basi cumam partem diametri eiusdem ordine quartam à ba.

E

si, vt pars propinquior basi, sit ad reliquam, vt dimidium lateris transuersi conoidis, ad tertiam partem suæ diametri.

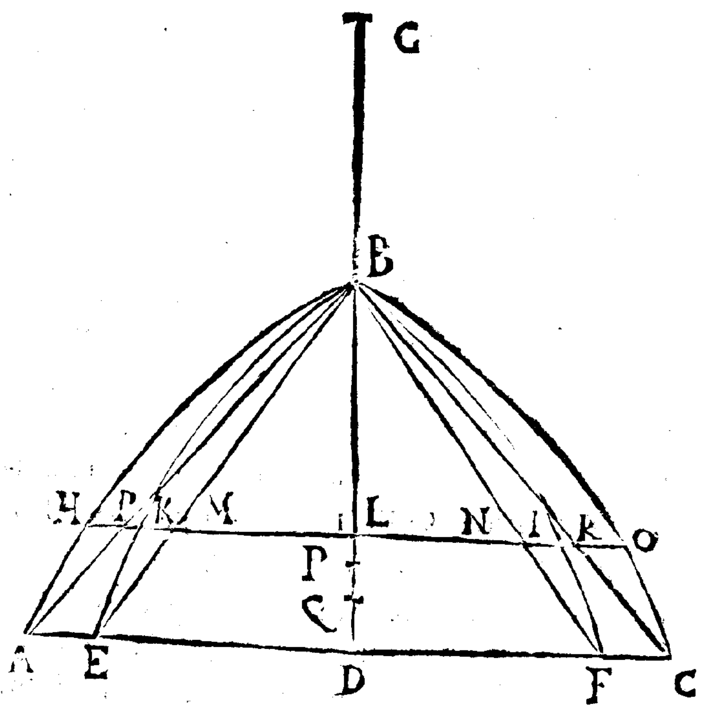


ESto conoides hyperbolicum quodcunque ABC, cuius axis, seu diameter BD, sic secetur in L, vt BL, sit dupla LD, & sic in Q, vt BQ, sit tripla QD. Ergo sic LQ, erit duodecima pars totius BD, & ordine quarta incipiendo à D. Sit GB, latus transuersum conoidis, & LQ, sic secetur in P, vt QP, sit ad PL, vt dimidia GB, ad tertiam partem BD. Dico P, esse centrum grauitatis conoidis hyperbolici ABC. Inscribantur conoides parabolicum EBF, & coni, vt factum est supra. Quoniam ex schol. 2. proposit. 4. Q, est centrum grauitatis tam differentiæ conorum, quam differentiæ conoideorum, & vt ostenditur à multis, & etiam à nobis lib. 4. proposit. 14, L, est centrum grauitatis conoidis parabolici EBF: ergo si LQ, sic diuidatur in P, vt sit reciprocè QP, ad PL, vt conoides EBF, ad differentiam conoideorum, erit P, centrũ grauitatis totius conoidis hyperbolici ABC. Sed vt conoides EBF, ad differentiam conoideorum, sic dimidia GB, ad tertiam partem DB, vt statim patebit. Ergo patet propositum.

Assumptum vero patet ex dictis. Quia facile patebit conoides EBF, esse ad differentiam conoideorum, seu ad differentiam conorum, vt dimidium quadrati DE, ad tertiam partem rectanguli AEC. Sed cum ex data hypothesi, sit diuidendo, & conuertendo, quadratum DE, ad rectangulum AEC, vt GB, ad BD. Erit & vt dimidium quadrati DE, ad tertiam partem rectanguli AEC, sic dimidia GB, ad tertiam partem BD.

SCHOLIVM.

Si quis verò scire cupiat, in qua proportione secetur tota BD, à centro grauitatis P, hoc tali discursu



fu obtinebit. Quoniam enim conuertendo LP, est ad PQ, vt tertia pars BD, ad dimidiam GB; ergo cum BL, sit octupla LQ, BP, erit ad PQ, vt 9. tertiæ partes BD (nempe vt tripla BD) cum 8. dimidijs GB (nempe cum quadrupla GB) ad dimidiam GB. Pariter cum DQ, sit tripla QL; erit PQ, ad PD, vt dimidia GB, ad quadruplam dimidia GB (nempe ad duplam GB) vna cum tribus tertijs partibus BD (nempe cum BD). Ergo ex æquali, erit BP, ad PD, vt quadrupla GB, vna

vna cum tripla BD, ad duplam GB, cum BD. Et subquadruplando terminos, erit BP, ad PD, vt GB, cum subsesquitertia BD, ad dimidiam GB, cum quarta parte BD.

PROPOSITIO XIV.

Centrum grauitatis conoidis hyperbolici sic diuidit quartam partem diametri eiusdem ordine secundam à basi, vt pars propinquior basi sit ad reliquam, vt sexta pars lateris transuersi, ad tertiam partem compositæ ex latere transuerso, & ex diametro.

SEd in schem. anteced. supponat prudens geometra diametrum BD, secari bifariam in L, & LD, bifariam in Q; deinde LQ, sic secari in P, vt QP, sit ad PL, vt sexta pars GB, ad tertiam partem GD. Dico P, esse centrum grauitatis conoidis ABC. Cum enim Q, sit centrum grauitatis coni ABC, & ex schol. proposit. 6. L, sit centrum excessus conoidis supra conum; & cum sit QP, ad PL, vt sexta pars GB, ad tertiam partem GD, nempe ex hypothesi, vt sexta pars quadrati D, ad tertiam partem quadrati AD; nempe ex schol. cit. vt excessus conoidis supra conum ad ipsum conum. Ergo ex Archimede in æqueponderantibus, erit P, centrum grauitatis totius conoidis.

SCHO-

SCHOLIVM.

Modus præſens aſſignandi centrum grauitatis conuenit cum antecedenti, vt attentè conſideranti patebit. Eſſet etiam alius modus inueniendi tale centrum grauitatis, inuento prius centro grauitatis exceſſus fruſti conici ſupra cylindrum ſibi inſcriptum. Ex ſchol. enim 3. propoſit. 10. patet talem exceſſum, & conoides hyperbolicum, eſſe quantitates proportionaliter analogas. Centrum verò grauitatis prædicti exceſſus facile habebitur. Nam ex dictis in lib. 4. totius fruſti coni habetur pluribus modis centrum grauitatis. Sed habetur etiam centrum grauitatis cylindri in fruſto inſcripti; habeturque ratio talis cylindri ad exceſſum fruſti ſupra ipſum. Quare centrum prædicti exceſſus non ignorabitur. Vice verſa tamen, modi reperiendi centrum grauitatis conoidis aſſignati in duabus propoſit. anteced. quadrabunt etiam prædicto exceſſui.

Sed ſicuti in ſuperioribus docuimus in qua linea diametro parallela ſit centrum grauitatis ſemihyperbolæ, ſic videtur conueniens docere in qua linea diametro parallela ſit centrum grauitatis ſegmenti ſemihyperbolæ contenti inter duas lineas baſi parallelas. Sed cum inuentioni talis lineæ præmiſſa ſit ratio cylindri circumſcripti conoidi ad ipſum conoides, ſic in præſentiarum anteponenda videtur ratio cylindri circumſcripti ſegmento conoidis hyperbolici

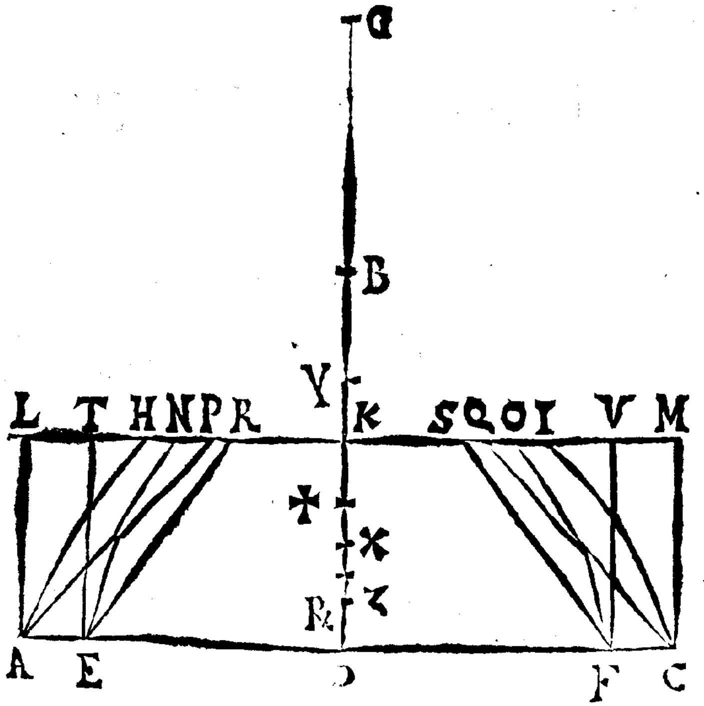
bolici contento inter duo plana baſi parallela, ad ipſum.

PROPOSITIO XV.

Si ſegmento conoidis hyperbolici reſecti plano baſi parallelo, ſit circumſcriptus cylindrus. Erit hic ad ipſum ſegmentum, vt rectangulum ſub compoſita ex latere tranſuerſo, & ex diametro conoidis, & ſub diametro, ad rectangulum ſub eadem compoſita, & ſub diametro conoidis ad verticem, vna cum rectangulo ſub compoſita ex dimidio lateris tranſuerſi, & ex tertia parte diametri fruſti, & ſub eadem tertia parte.

Conoides hyperbolicum cuius baſis AC, vertex B, diameter DB, latus tranſuerſum GB, intelligatur ſectum plano HKI, AC, parallelo, & ipſi ſit circumſcriptus cylindrus LC. Dico hunc eſſe ad ſegmentum conoidis, vt rectangulum GDB, ad rectangulum ſub GD, in Bk, vna cum rectangulo ſub compoſita ex dimidia GB, & tertia parte Dk, & ſub tertia parte Dk.

Segmento AHIC, intelligatur inſcriptum ſegmentum ENOF, conoidis parabolici cuius vertex B, conditionis ſupra ſæpe expoſitæ; & in talibus ſegmentis intelligantur ſegmenta conorum inſcriptorum in integris conoidibus, quæ ſint APQC, ERSF. Quoniam fruſtum AHIC, conſtat ex fruſto parabolico, & ex differentia fruſtorum conoideo-

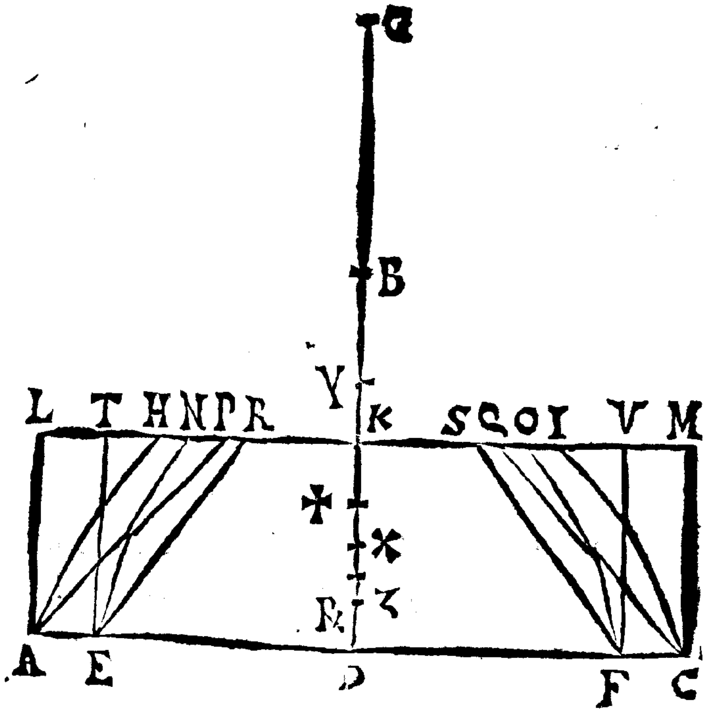


deorum; & ex proposit. 4, differentia frustorum conoideorum est æqualis differentiæ conorum; ergo LC, erit ad frustum AHIC, vt est ad frustum parabolicum, vna cum differentia frustorum conorum. Hanc verò rationem sic venabimur. Cylindrus LC, ad frustum parabolicum ENOF, habet rationem compositam ex ratione cylindri LC, ad cylindrum TF, tali frusto parabolico circumscriptum, & huius ad ipsum frustum: LC, ad TF, est vt quadratum AD, ad quadratum ED; nempe ex hypothesi, vt DG, ad GB. Cum autem ex pro-

posit. 3. lib. 4. sit TF, ad ENOF, vt parallelogrammum TF, ad trapezium ERSF; & cum ex proposit. 8. & 9. lib. prim. sit TF, parallelogrammum ad trapezium ERSF, vt dupla ED, ad ED, cum RK, vel vt dupla DB, ad DB, cum Bk; sequitur cylindrum LC, ad segmentum parabolicum ENOF, habere rationem compositam ex ratione DG, ad GB, & ex ratione duplæ DB, ad DB, cum Bk. Sed ex dictis rationibus componitur quoque ratio dupli rectanguli GDB, ad rectangulum GBD, cum rectangulo GBk. Et vt duplum rectangulum GDB, ad prædicta consequentia, sic triplum rectangulum GDB, ad sesquialterum rectangulorum GBD, GBk. Ergo LC, erit ad segmentum ENOF, vt triplum rectangulum GDB, ad sesquialterum rectangulorum GBD; GBk. Quod seruetur.

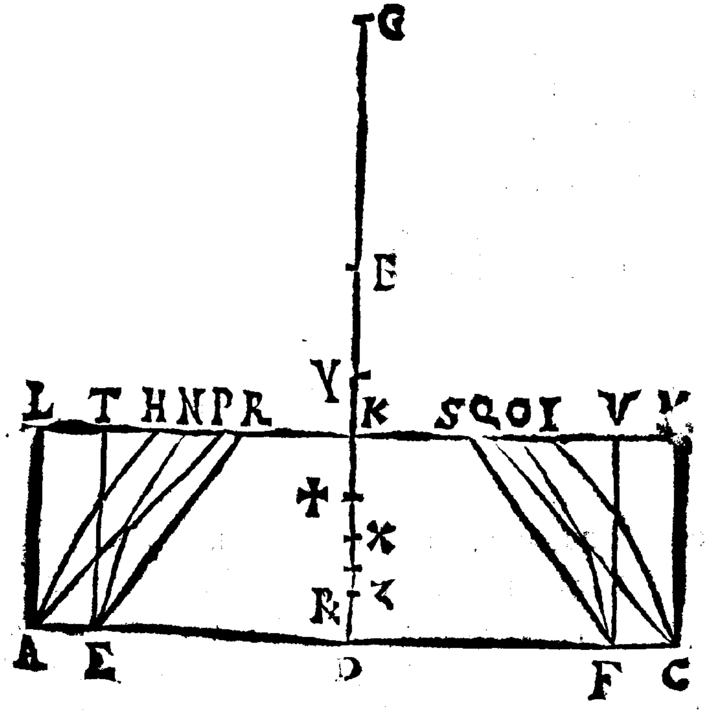
Ex proposit. 14, & 15, lib. 2. habemus tam totum cylindrum LC, quam ablatum TF, esse illum ad frustum conicum APQC, hunc verò ad frustum conicum ERSF, vt tripla DB, ad DB, BR, & harum tertiam minorem continuè proportionalem. Ergo & reliquum ad reliquum erit vt totum ad totum: nempe tubus cylindricus LEM, erit ad differentiam frustorum conorum, vt tripla DB, ad DB, Bk, & illam tertiam proportionalem. Tunc argumentetur sic. Ratio cylindri LC, ad differentiam segmentorum conorum componitur ex ratione LC, ad tubum LEM, & huius ad differentiam segmen-

torum



torum conorum: at LC, ad tubum est vt quadratum AD, ad rectangulum AEC, nempe ex hypothesi supposita per conuersionem rationis, vt GD, ad DB: tubus autem est ad differentiam frustorum conorum vt tripla DB, ad DB, Bk, & illam tertiam proportionalem. Ergo ratio LC, ad differentiam segmentorum conorum componetur quoque ex rationibus GD, ad DB, & triplæ DB, ad DB, BK, & illam tertiam proportionalem. Sed ex dictis rationibus componitur etiam ratio tripli rectanguli GDB, ad quadratum DB, rectangulum DBk,

DBk, & rectangulum sub DB, & sub illa tertia proportionali (quod est æquale quadrato mediæ Bk). Ergo LC, erit ad differentiam frustorum conorum, vt triplum rectangulum GDB, ad quadrata DB, Bk, cum rectangulo DBK; nempe ad tria quadrata Bk, cum triplo rectangulo BkD, & cum quadrato Dk (, quia quadratum DB, diuiditur in quadrata Bk, kD, & in duo rectangula BkD; & pariter rectangulum DBk, diuiditur in quadratum Bk, & in rectangulum BkD). Cum autem supra probatum sit, esse LC, ad frustum ENOF, vt idem triplum rectangulum GDB, ad sesquialterum rectangulorum GBD, GBk. Ergo colligendo ambo consequentia, erit LC, ad frustum, & ad differentiam frustorum conorum simul, nempe ad frustum AHIC, vt triplum rectangulum GDB, ad triplum quadratum Bk, cum triplo rectangulo BkD, cum quadrato KD, & cum sesquialtero rectangulorum GBD, GBk. Ergo & vt horum planorum tertiæ partes: nempe LC, erit ad AHIC, vt rectangulum GDB, ad quadratum BK, cum rectangulo BkD, & cum tertia parte quadrati Dk, vna cum dimidio rectangulorum GBD, GBK. Cum verò dimidium rectanguli GBD, diuidatur in dimidium GBK, & in dimidium GB, KD. Ergo dimidium rectangulorum GBD, GBK, erit rectangulum GBk, cum dimidio rectanguli GB, KD. Si ergo simul iunxerimus rectangulum GBK, cum quadrato BK, & cum rectangulo BKD, habebimus



bimus rectangulum GD, Bk. Pariter si simul iunxerimus rectangulum sub dimidia GB, & sub DK, cum tertia parte quadrati DK, nempe cum rectangulo sub DK, & sub tertia parte Dk, habebimus rectangulum sub composita ex dimidia GB, & ex tertia parte Dk, & sub DK. Ergo à primo ad vltimum concludemus, esse LC, ad frustum conoidis hyperbolici AHIC, vt rectangulum GDB, ad rectangulum GD, BK, cum rectangulo sub composita ex dimidia GB, & ex tertia parte Dk, & sub DK. Quod erat ostendendum.

SCHO-

SCHOLIVM.

Proportionem prædicti cylindri ad illud segmentum hyperbolicum, etiam duobus alijs modis, consequenter ad superius dicta, liceret colligere. Cum enim tale segmentum constet ex segmento coni sibi inscripto, & ex excessu supra ipsum; & cum talis excessus sit æqualis excessui segmenti conoidis parabolici supra suum segmentum conicum; & cum ex dictis in ijs, quæ de infinitis parabolis conscripsimus, facile liceat colligere rationem LC, & ad segmentum conicum APQC; & ad excessum segmenti conoidis parabolici ENOF, supra segmentum conicum ERSF: sequitur facile etiam nos obtinere rationem LC, ad segmentum AHIC. Pariter si in schemat. proposit. 10. tam segmento v. g. AQTC, quam segmento excessus frusti conici GNPH, supra cylindrum RM, mente concipiamus circumscribi cylindros; patet ex dictis in eadem propositione, tubum cylindricum cuius basis armilla circularis GLH, altitudo OD, æqualem esse cylindro circumscripto segmento AQTC. Pariterque patet excessum frusti GNPH, supra cylindrum RM, æqualem esse segmento AQTC. Cum ergo ex dictis in opere supra citato, facilissime possimus habere rationem prædicti tubi ad illum excessum supra cylindrum; faciliter etiam habebimus rationem cylindri circumscripti segmento hyperbolico

lico

lico AQTC, ad ipsum segmentum. Hæc non continent multum difficultatis, quapropter sufficiat ea lectoribus indicasse.

Sicuti sufficiat ex antecedentibus indicare modum reperiendi in quà linea parallela Dk, sit centrum grauitatis suppositi segmenti semihyperbolæ AHkD. Hoc autem reperietur ex dictis, si supponatur segmenti AHKD, quadratura, nempe ratio, quam habet ad ipsum parallelogrammum LD. Cum enim cylindrus LC, habeat ad segmentum conoidis AHIC, ex schol. pri. prop. 3. lib. 3. rationem compositam ex ratione dimidij parallelogrammi LD, ad segmentum AHkD, & ex ratione AD, ad interceptam inter D, & centrum æquilibrij segmenti acceptum in AD; hoc est centrum grauitatis duplicati segmenti AHkD, ad partes AD; sequitur, quod si ex proportione cylindri LC, ad segmentum conoidis AHIC; nempe ex ratione expressa in presenti propositione, subtrahatur supposita ratio dimidij parallelogrammi LD, ad segmentum parabolæ AHKD, remanebit ratio AD, ad interceptam inter D, & centrum quæsitum.

Hoc puncto inuento, non ignorabimus tria solita, quæ sæpe sæpius deduximus in non paucis propositionibus lib. 3. Nam primo non ignorabimus rationem cylindri ex LD, ad solidum ex segmento AHKD, circa LA. Secundo non ignorabimus rationem segmenti AHIC, ad solidum prædictum circa AL. Tertio tam supra LD, quam supra AHKD,

AHkD, intellectis cylindricis rectis æquealtis sectis diagonaliter plano transeunte per Dk, & per latus oppositum ipsi LA, minimè ignorabimus cubationes truncorum cylindrici super AHkD, existentis. Hac tamen differentia, quod cubationem trunci sinistri habebimus sine suppositione alicuius quadraturæ; non sic cubationem trunci dexteri.

His ostensis non erit inutile ostendere modum inueniendi centrum grauitatis segmenti conoidis hyperbolici AHIC. Sed prius ostendatur sequens propositio.

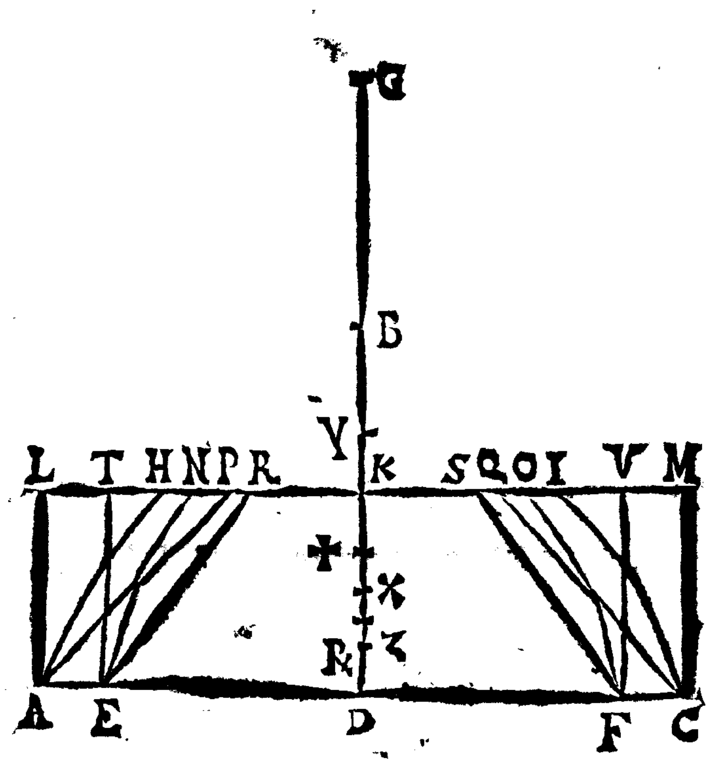
PROPOSITIO XVI.

Differentia supradictorum frustorum conoideorum est ad segmentum conoidis parabolici, vt quadrata axium totius conoidis, & conoidis ad verticem, vna cum rectangulo contento sub his axibus, ad sesquialterum rectangulorum contentorum sub latere transuerso, & sub prædictis axibus.

SInt ergo segmenta anteced. proposit. Dico differentiam frustorum AHIC, ENOF, esse ad segmentum parabolicum ENOF, vt quadrata DB, Bk, cum rectangulo DBk, ad sesquialterum rectangulorum GBD, GBK. Differentia enim prædicta ad segmentum ENOF, habet rationem compositam ex ratione differentiæ ad tubum cylindricum

dricum LEM; huius ad cylindrum TF; & huius ad ſegmentum ENOF. Cum autem differentia fruſtorum conoideorum ſit, ex ſupradictis, æqualis differentiæ fruſtorum conorum inſcriptorum in ipſis; & cum differentia fruſtorum conorum ſit ad tubum LEM, vt facile poteſt deduci ex dictis in ſchol. 4. propoſit. 14. lib. 2. vt DB, cum BK, & cum harum tertia minori proportionali ad tres DB. Sequitur etiam differentiam ſegmentorum conoideorum, eſſe ad tubum cylindricum LEM, vt DB, BK, & illa tertia proportionalis ad tres DB. Cum verò LEM, tubus ſit ad cylindrum TF, vt rectangulum AEC, ad quadratum ED, nempe diuidendo, ex hypotheſi frequenter vſa, vt DB, ad BG, ſeù vt tripla DB, ad triplam GB. Ergo ex æquali, erit differentia ſegmentorum conoideorum ad cylindrum TF, vt DB, Bk, cum illa tertia proportionali ad triplam GB. Cylindrus TF, eſt ad ſegmentum ENOF, vt dicetur inferius, vt dupla DB, ad DB, cum BK. Ergo à primo ad vltimum, differentia ſegmentorum conoideorum ad ſegmentum ENOF, habebit rationem compoſitam ex ratione DB, Bk, & harum tertiæ proportionalis ad triplam BG, & ex ratione duplæ DB, ad DB, Bk. Sed ex dictis rationibus componitur quoque ratio duorum quadratorum BD, duorum rectangulorum DBK, & duorum rectangulorum ſub DB, & ſub illa tertia proportionali (quæ duo vltima rectangula ſunt æqualia duobus quadratis

mediæ



mediæ BK), ad tria rectangula GBD, cum tribus rectangulis GBK. Ergo differentia fruſtorum conoideorum, erit ad ſegmentum ENOF, vt duo quadrata DB, cum duobus rectangulis DBK, & cum duobus quadratis BK, ad tria rectangula GBk, cum tribus rectangulis GBD. Et vt horum terminorum dimidia. Nempe differentia prædicta, erit ad prædictum ſegmentum, vt quadrata DB, BK, cum rectangulo DBK, ad ſeſquialterum rectangulorum GBD, GBK. Quod erat oſtendendum.

Quod verò T F, cylindrus sit ad segmentum ENOF, vt dupla DB, ad DB, BK, patet. Quia ex proposit. 3. lib. 4. cylindrus TF, est ad segmentum conoidis parabolici ENOF, vt parallelogrammum TF, ad trapezium lineare ERSF, At ex proposit. 9. lib. prim. est parallelogrammum ad trapezium vt dupla DB, ad DB, & BK. Quare patet propositum.

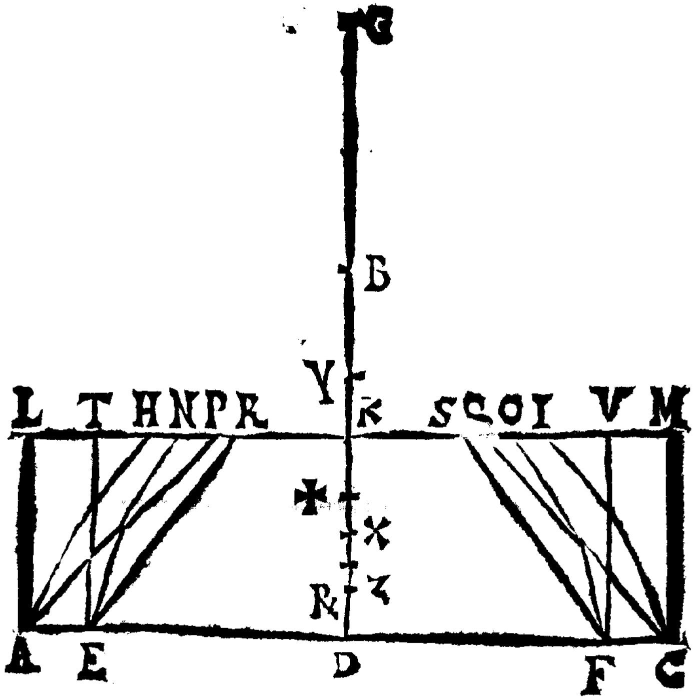
SCHOLIVM.

Ratio autem prædictorum solidorum collecta in supradicta propositione, potest etiam reduci ad minora plana; quia potest reduci ad eam, quam habet rectangulum DBK, cum tertia parte quadrati DK, ad rectangulum GBK, cum dimidio rectanguli GB, KD. Patet quia hæc plana sunt tertiæ partes priorum planorum.

PROPOSITIO XVII.

Segmenti supradicti conoidis hyperbolici centrum grauitatis reperire.

SEgmenti conoidis hyperbolici AHIC, centrum grauitatis reperietur sic. Inscriptis solidis vt supra, secetur KD, sic in X, vt KX, sit ad XD, vt duplum quadratum ED, cum quadrato NK, ad duplum quadratum NK, cum quadrato ED,



ED, seù vt dupla DB, cum BK, ad duplam BK, cum BD. Ergo ex schol. proposit. 15. lib 4. erit X, centrum grauitatis frusti conoidis parabolici ENOF. BD, & BK, sic secentur in Y, ✠, vt BY, sit tripla ipsius YK, & pariter B✠, tripla sit ipsius ✠D: & fiat vt excessus cubi DB, supra cubum BK, ad cubum BK, sic Y✠, ad ✠℞. Ergo ex schol proposit. 18. eiusdem libri erit ℞, centrum grauitatis differentiæ frustorum conorum; & consequenter ex schol. 2. proposit. 4 huius, erit centrum grauitatis differentiæ frustorum conoideorum Diuidatur ergo XR, in Z, vt sit XZ, ad ZR, vt quadrata DB, BK, cum rectangulo DBK, ad sesquialterum rectangulorum GBD, GBk; seù vt rectangulum DBK, cum tertia parte quadrati Dk, ad rectangulum GBk, cum dimidio rectanguli GB, kD; nempe ex proposit. anteced. vt est differentia frustorum conoideorum ad frustum conoidis parabolici ENOF. Dico inuentum esse Z, centrum grauitatis frusti conoidis hyperbolici AHIC. Cum autem res sit de sè euidens ex doctrinis Archimedis in æqueponderantibus, relinquitur considerationi lectoris.

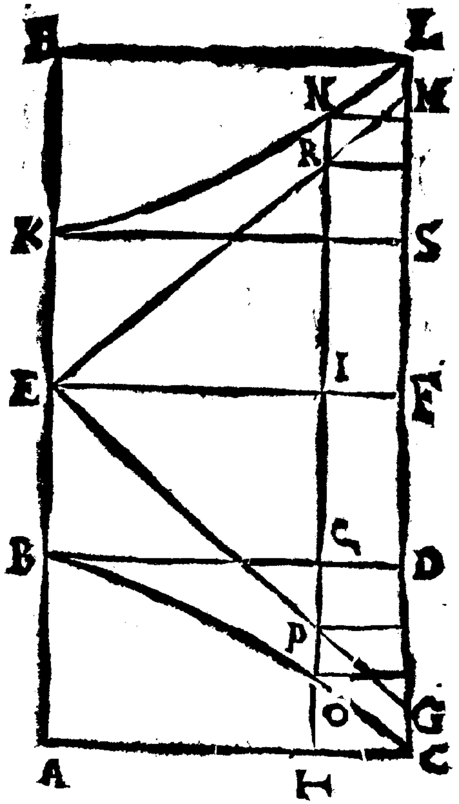
SCHOLIVM.

Alij modi ex superioribus non desunt reperiendi tale centrum grauitatis; sed nè lectorem nimis quam par sit defatigemus, ad alia, & noua transeamus; præcipuè ad centrum grauitatis hyperbolæ reperiendum. Quod tamen non reperietur nisi præmissis quibusdam demonstrationibus.

PROPOSITIO XVIII.

Si semihyperbola cum sibi circumscripto parallelogrammo rotetur circa secundam coniugatam diametrum. Annulus latus ortus ex rotatione excessus parallelogrammi supra semihyperbolam, erit æqualis cono ex triangulo, cuius vnum latus dimidia secundæ diametri, aliud intercepta inter secundam diametrum, & asymptotum, reuoluto circa secundam diametrum; & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

ESto semihyperbola ABC, cuius diameter AB; EB dimidium lateris transuersi; centrum E; asymptotus EG; secunda diameter EF; & parallelogrammum AD, semihyperbolæ circumscriptum cum triangulo EFG, rotentur circa EF. Dico annulum latum ortum ex rotatione trilinei mixti CBD, circa EF, æqualem esse cono GEM, & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Intelligantur oppositæ sectiones vt in schemate, & sumatur arbitrariè in EF, quodlibet punctum I, per quod ducatur OIN, parallela LC, secans asymptotum EG, in P. Quadratum IO, est æquale tam rectangulo OPN, cum quadrato PI, quam rectangulo OQN, cum quadrato QI. Ergo rectangulum OPN, cum quadrato PI, erit æquale rectangulo OQN, cum quadrato QI. Sed ex proposit. 11. sec. conic. rectangulum OPN, est æquale quadrato BE, seù quadrato QI. Ergo reliquum rectangulum OQN, erit æquale reliquo quadrato PI. Quare & armilla circularis OQN, erit æqualis circulo PR. Cum vero punctum I, sumptum sit arbitrariè; ergo omnes armillæ circulares parallelæ armillæ CDL, ortæ ex rotatione trilinei CBD, circa EF, erunt æquales omnibus circulis coni GEM. Et consequen-



quenter annulus latus ortus ex rotatione illius trilinei circa EF, erit æqualis cono GEM. Quod vero probatum est de totis, patet eodem modo posse probari de partibus proportionalibus; v. g. eodem modo probabimus partem annuli lati ortam ex rotatione trapezij mixti COQD, æqualem esse segmento coni GPRM. Quare patet solida prædicta æqualia esse inter se tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

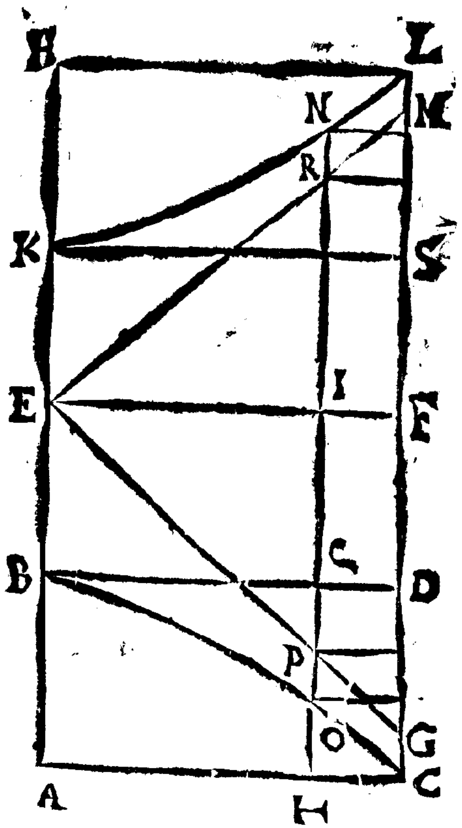
SCHO-

SCHOLIVM I.

Licet autem præsens propositio probata sit per indiuisibilia, potest tamen probari etiam modo archimedeo; quia facta constructione vt in schemate, facile patebit tubum cylindricum OLN, inscriptum in annulo, æqualem esse cylindro in cono inscripto. Si ergo diuidatur EF, bifariam, & partes bifariam, & hoc semper, & per puncta diuisionum fiant constructiones similes factæ; patebit faciliter omnes tubos cylindricos inscriptos in annulo, æquales fore omnibus cylindris in cono inscriptis. Quare cum facta hac inscriptione, tam cylindri in cono inscripti, quam tubi in annulo possint deficere à magnitudinibus in quibus inscribuntur magnitudine quacumque data minore; modo archimedeo deducetur, annulum æqualem esse cono.

SCHOLIVM II.

Ex dictis ergo in præsenti proposit. & in lib. 4. de Infin. Parab. possumus deducere, annulum prædictum, & conum GEM, esse quantitates proportionaliter annalogas tam in magnitudine, quam in grauitate, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Quare cum ex dictis in schol. prim. proposit. 8. eiusdem libri, conus, trilineum parabolicum quadraticum, & excessus cylindri circum-



cumſcripti hemiſphærio, ſeù hemiſphæroidi ſint quatuor magnitudines proportionaliter analogæ: ſequitur his etiam aſſociari pro quinta magnitudine annulum latum prædictum. Ex dictis ergo in lib. cit. habebimus, quod centrum grauitatis talis annuli ſic ſecabit EF, vt pars terminata ad E, ſit ad partem terminatam ad F, vt 3. ad 1. Pariter ſi conſiderabimus quamlibet partem eiuſdem annuli reſecti plano CL, parallelo, & terminatam ad circulum

lum

lum BEK, v.g. illam, quæ oritur ex rotatione trilinei BOQ circa EF; agnoſcemus eius centrum grauitatis ſecare EI, in eadem ratione. Quia talis pars eſt proportionaliter analoga cum cono PER. Cum vero etiam pars annuli orta ex rotatione trapezij mixti COQD, ſit probata proportionaliter analoga ſegmento conico GPRM, & cum talis ſegmenti conici ſit in libro cit. pluribus modis inuentum centrum grauitatis; ex dictis ibidem reperiemus in quo puncto IF, ſit centrum grauitatis prædicti ſegmenti annuli.

SCHOLIVM III.

Sed paradoxum Galilei, de quo locuti ſumus ſupra ſchol. 2. propoſit. 10. poſſumus etiam deducere ex præſenti propoſitione. Nam etiam ex hac facto concinno diſcurſu, tandem concludemus, circumferentiam BEk, extremitatem annuli, æqualem fore E, vertici coni.

PROPOSITIO XIX.

In ſchem. anteced. propoſit. annulus ſtrictus ex quadrilatero mixto (BEG) circa EF, eſt æqualis cylindro DK, tam ſecundum totum, quam ſecundum partes proportionales.

Patet faciliter. Cum enim in anteced. propoſit. oſtenſum ſit, annulum latum ex trilineo CBD,

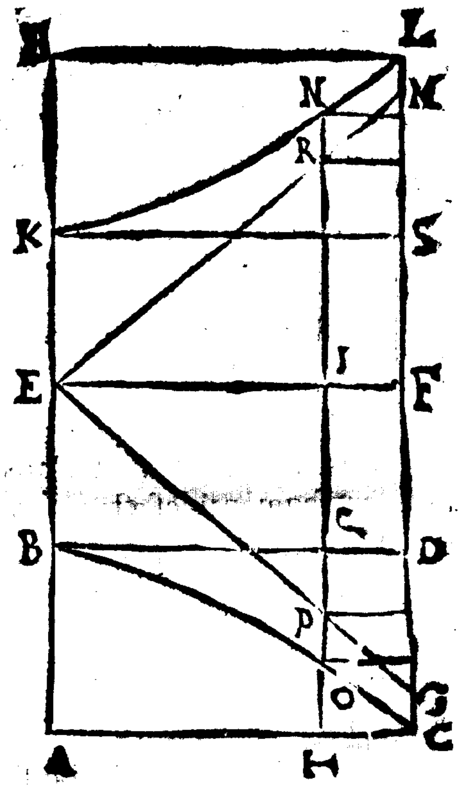
H circa

circa EF, æqualem esse cono GEM; ergo communi addito cylindro KD, erit solidum CBkL, æquale cylindro DK, & cono GEM Quò hinc inde ablato. Ergo solidum GCBEkLM, erit æquale cylindro kD.

Eodem modo ostendemus æqualitatem partium proportionalium, v. g. partem annuli ortam ex rotatione quadrilateri mixti COPG, æqualem esse cylindro QS. Addendo enim cylindrum QS, & auferrendo GPRM, frustum conicum, patebit propositum.

SCHOLIVM I.

Præsens propositio potuisset immediate probari per indiuisibilia independenter ab anteced. proposit. Quia facta constructione vt in anteced. proposit. statim patebit ex proposit. 11. 2. Conic. & rectangulum OPN, æquale esse quadrato BE, seù QI; & armillam circularem OPN, æqualem pariter fore circulo cujus radius QI. Quare facile patebit & omnes armillas solidi ex quadrilatero mixto CBEG, æquales esse omnibus circulis cylindri kD, & ipsum annulum ex quadrilatero mixto, æqualem esse cylindro kD. Maluimus tamen hanc ex antecedenti deducere, vt pauidis geometris non relinquamus vllum locum hæsitandi de certitudine præsentis propositionis; nam adhibita præsenti constructione propositio non probatur nisi per indiuisibilia;



lia; quia in annulo ex quadrilatero mixto CBEG, nequit fieri inscriptio tuborum cylindricorum, quæ patuit posse fieri in annulo ex trilineo mixto CBD.

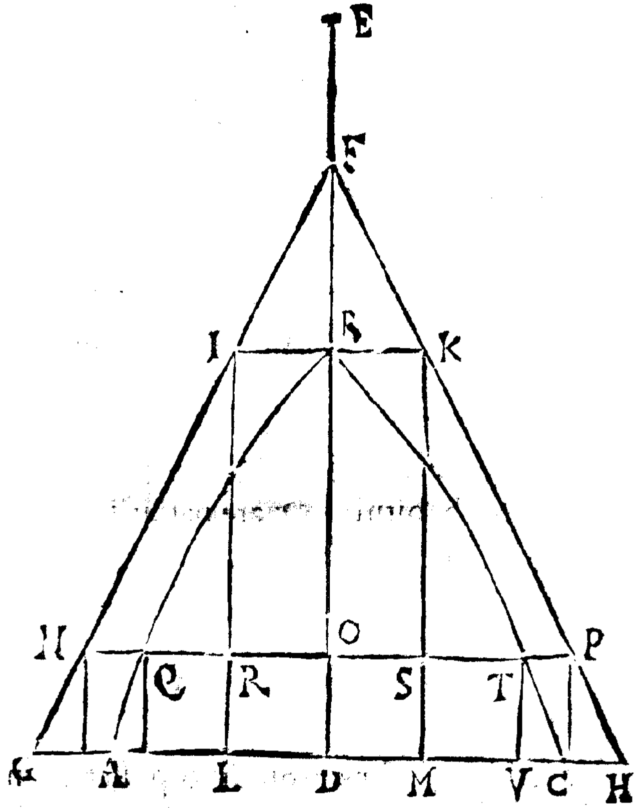
SCHOLIVM II.

Patet ergo consequenter ad sæpe sæpius repetita, annulum præfatum GCBEkLM, & cylindrum

KD, esse quantitates proportionaliter analogas omniquaque: quod etiam intelligendum est si semihyperbola cum omnibus duplicetur. Annulus ergo prædictus etiam duplicatus ad partes KB, erit corpus sibi similare, admodum quo cylindrus KD, sic duplicatus est corpus sibi similare. Hoc est, quod sicut cylindrus sectus planis basibus parallelis, semper secatur in proportione partium axis, sic etiam in tali proportione secabitur talis annulus. Sicuti ergo centrum grauitatis cylindri, cuiuslibetque eius partis contentæ inter plana basibus parallela est in medio axis; sic etiam centrum grauitatis talis annuli, & cuiuslibet eiusdem segmenti resecti plano CL, parallelo, erit ~~vel in medio~~ EF, vel in medio partis EF, correspondentis parti annuli, vel quæ sit altitudo partis annuli. Quæ omnia vtique nobis videntur admirabilia, & nescimus an fortè corpus huic simile in tota geometria adinueniatur, præter vnicum, quod antequam ad vlteriora progrediamur, intelligimus in propositione sequenti explicare.

PROPOSITIO XX.

Excessus frusti conici proposit. 10. *supra conoides hyperbolicum, est æqualis cylindro super minore basi frusti, & circa diametrum conoidis: & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.*



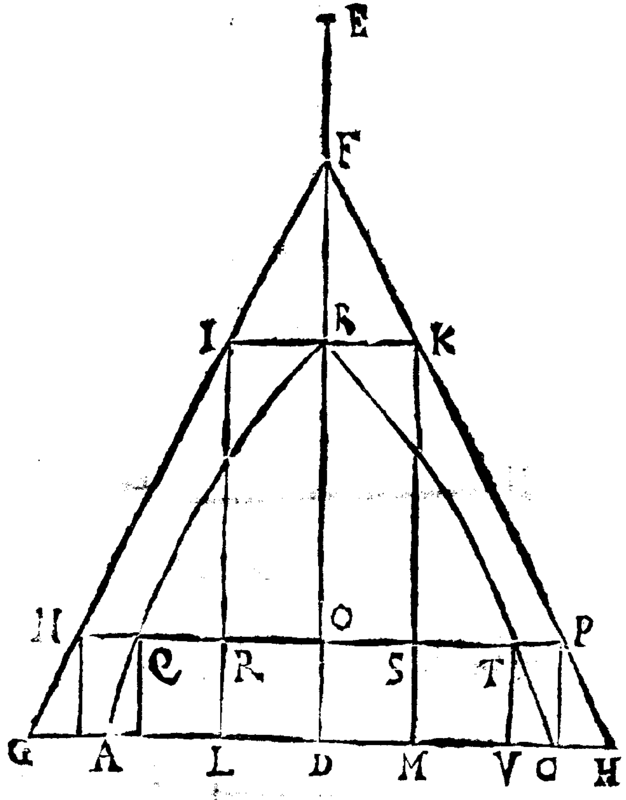
Esto ergo in schem. proposit. 10. frustum conicum GIKH, conoides hyperbolicum sit ABC, cuius asymptoti GF, FH, & sit cylindrus IM, cuius basis IBK, minor basis frusti. Dico excessum frusti conici GIkH, supra conoides ABC, æqualem esse cylindro IM, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. De totis patet. Quia cum ex cit. proposit. 10. excessus GIkH, supra cylindrum IM, sit æqualis conoidi ABC; ſi cylindrus IM, addatur. Ergo exceſſus cum cylindro, nempe fruſtum GIkH, erit æquale cylindro, & conoidi ſimul. Ablato ergo conoide, exceſſus fruſti ſupra conoides remanebit æqualis cylindro.

Non alio modo oſtendetur æqualitas partium proportionalium, v. g. exceſſum fruſti GNPH, ſupra fruſtum conoidis AQTC, æqualem eſſe cylindro RM. Quia ex dictis in præcitata propoſit. 10. exceſſus fruſti GNPH, ſupra cylindrum RM, eſt æqualis ſegmento AQTC; addito ergo, vt prius, cylindro RM, & ablato ſegmento AQTC, intentum probabitur. Quare patuit talia ſolida æqualia fore tam ſecundum totum, quam ſecundum partes.

SCHOLIVM.

Sed etiam præſens propoſitio poſſet immediate per indiuiſibilia oſtendi. Sumpto enim arbitrariè puncto O, & acto plano NOP, GH, parallelo. Ex propoſit. 10. ſec. conic. rectangulum NQP, eſt æquale quadrato IB, ſeù quadrato RO. Et conſequenter armilla circularis NQP, eſt æqualis circulo ROS: & omnes armillæ ęquales omnibus circulis: & exceſſus prędictus ęqualis cylindro IM. Sed hac conſtructione adhibita, demonſtratio non reducitur ad modum Archimedeum, quia in prędicto exceſſu nequeunt inſcribi tubi cylindrici.

Patet



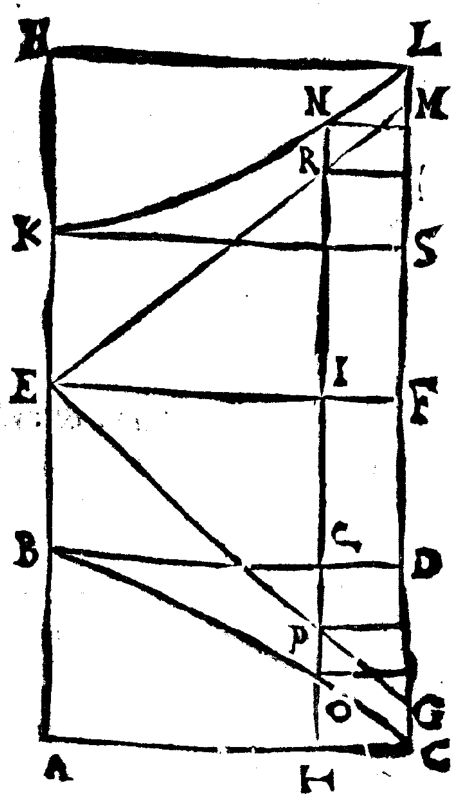
Patet ergo exceſſum prędictum, & cylindrum IM, eſſe quantitates proportionaliter analogas tam ſecundum totum, quam ſecundum partes, tam in magnitudine, quam in grauitate. Inſuper patet exceſſum AGIBkHC, prędictum eſſe corpus ſibi ſimilare vt explicatum eſt in ſchol. 2. propoſit. ant. Hoc eſt quod ſi ſecetur plano NP, quocunque, GH, parallelo, ſemper ſecabitur in ratione partium axis DB. Item centrum grauitatis eius erit in medio

DB;

DB; ſicuti etiam centrum grauitatis cuiuslibet eius partis erit in medio partis BD, quæ erit altitudo partis exceſſus.

PROPOSITIO XXI.

In ſchemate prop. 19. cylindrus ex parallelogrammo AF, circa EF, eſt ad ſolidum ex figura mixta CBEF, circa eandem EF, vt quadratum EA, ad quadratum EB, cum tertia parte rectanguli KAB.



Quo-

QVoniam enim probatum eſt in propoſit. 19. ſolidum CBkL, æquari cylindro BS, & cono GEM; ergo cylindrus AL, ad hæc ſolida habebit eandem rationem. At cylindrus AL, ad cylindrum BS, & ad conum GEM, eſt vt quadratum EA, ad quadratum EB, cum tertia parte rectanguli KAB. Quare &c.

Aſſumptum patebit ſic. Cylindrus AL, ad cylindrum BS, eſt vt quadratum AF, ad quadratum EB. Pariter idem cylindrus AL, ad conum GEM, eſt vt quadratum CF, ſeù vt idem quadratum AE, ad tertiam partem quadrati GF. Ergo colligendo ambo conſequentia, erit cylindrus AL, ad cylindrum BS, cum cono GEM, nempe ad ſolidum CBkL, vt quadratum AE, ad quadratum EB, cum tertia parte quadrati FG. At tertia pars quadrati FG, eſt æqualis tertiæ parti rectanguli kAB. Nam quadratum EA, diuiditur in quadratum EB, & in rectangulum kAB: pariter quadratum idem EA, ſeù FC, diuiditur in quadratum FG, & in rectangulum CGL, ſeù MCG. Ergo quadratum EB, cum rectangulo KAB, erit æquale quadrato FG, & rectangulo MCG. Sed ex ſec. conic. propoſit. 11. rectangulum MCG, eſt æquale quadrato BE. Quare reliquum rectangulum kAB, erit æquale reliquo quadrato FG. Quare etiam illorum tertiæ partes erunt æquales. Ergo cylindrus AL, erit ad ſolidum CBkL, vt quadratum EA,

 ad

ad quadratum EB, cum tertia parte rectanguli kAB. Quod erat ostendendum.

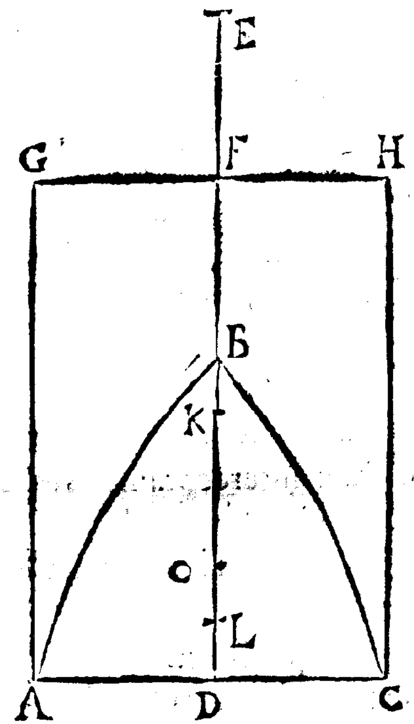
His ostensis adinuenietur centrum grauitatis hyperbolæ sic.

PROPOSITIO XXII.

Si hyperbolæ circumscriptum parallelogrammum intelligatur productum vsque ad secundam diametrum, & fiat vt quadratum compositæ ex axi hyperbolæ, & ex dimidia lateris transuersi, ad quadratum dimidiæ lateris transuersi cum rectangulo sub axi, & sub composita ex axi, & ex latere transuerso, sic composita ex dimidia lateris transuersi, & ex axi, ad aliam: item fiat vt dimidium prædicti parallelogrammi ad excessum totius parallelogrammi supra hyperbolam, sic composita ex axi, & ex dimidia lateris transuersi, ad aliam: tandem fiat vt secunda inuenta ad primam inuentam, sic composita ex axi, & ex dimidia lateris transuersi ad sui partem abscindendam incipiendo à secunda diametro. Erit punctum quod est alter terminus huius abscissæ centrum grauitatis excessus parallelogrammi supra hyperbolam.

ESto hyperbola ABC, cuius axis BD; latus transuersum BE; centrum F; secunda diameter GH; & GC, sit parallelogrammum: fiat vt quadratum FD, ad quadratum FB, cum tertia

parte



parte rectanguli EDB, sic DF, ad FO: item fiat vt parallelogrammum GD, ad excessum parallelogrammi GC, supra hyperbolam ABC, sic DF, ad FL: tandem fiat vt LF, ad FO, sic DF, ad Fk. Dico punctum k, esse centrum grauitatis figuræ AGHCB.

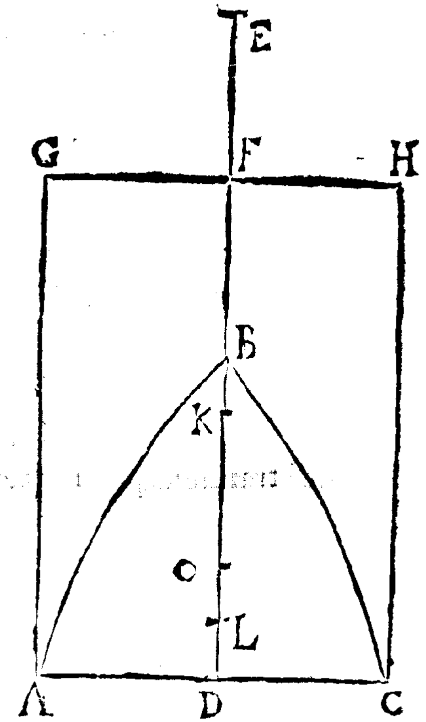
Quoniam enim ex proposit. anteced. cylindrus ex GC, circa GH, est ad solidum ex figura AGHCB, circa eandem GH, vt quadratum FD, ad quadratum FB, cum tertia parte rectanguli EDB; nem-

pe

pe ex conſtructione, vt DF, ad FO; & ratio DF, ad FO (de foris ſumpta FL) componitur ex ratione DF, ad FL, & huius ad FO. Ergo etiam ratio cylindri prædicti ex GC, ad ſolidum ex exceſſu GC, ſupra hyperbolam componetur ex ijſdem rationibus. At ex ſchol. prim. propoſit. 3. lib. 3. ratio prædicti cylindri ad antedictum ſolidum componitur etiam ex ratione parallelogrammi GD, ad figuram AGHCB, & ex ratione DF, ad interceptam inter F, & centrum grauitatis figuræ AGHCB. Ergo etiam rationes DF, ad FL, & FL, ad FO, erunt æquales rationibus GD, ad AGHCB, & DF, ad prædictam interceptam. Sed ex constructione, rationes GD, ad AGHCB, & DF, ad FL, ſunt æquales. Ergo ſi hæ rationes auferantur à prædictis, etiam reliquæ erunt æquales. Ergo ratio LF, ad FO, erit æqualis rationi DF, ad interceptam prædictam. Sed factum fuit ſupra vt LF, ad FO, ſic DF, ad Fk. Ergo k, erit centrum grauitatis figuræ AGHCB. Quod erat oſtendendum.

SCHOLIVM I.

Inuento autem centro prædicto, facilè erit etiam centrum grauitatis hyperbolæ reperire. Si enim ſupponamus FD, ſectam bifariam in O, & ſupponamus k, eſſe centrum grauitatis figuræ AGHCB, ſi fiat vt ABC, ad AGHCB, ſic reciprocè kO, ad



ad OL. Erit ex doctrinis Archimedis, L, centrum grauitatis hyperbolæ.

Sed etiam in præſenti eſt adnotandum, poſſe colligi tria ſolita. Nempe rationem ſolidorum ex AGHCB, figura reuoluta & circa GH, & circa AC, ad inuicem. Cubationem truncorum cylindrici recti ſuper ipſa figura exiſtentis reſecti plano diagonaliter tranſeunte per GH, & per AC, parallelam. Aſt cubatio trunci ſiniſtri habetur ſine ſuppoſitione quadraturæ hyperbolæ, ſed cubatio trunci dexteri non habetur

habetur ſine tali quadratura; ſine qua non habemus nec etiam tertium, nempe rationem cylindri ex GC, circa AC, ad ſolidum ex figura AGHCB, circa eandem AC.

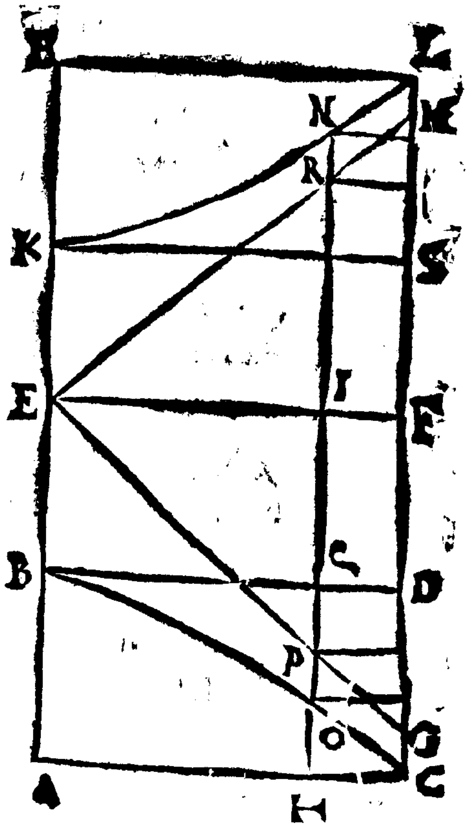
Sed hyperbolæ ABC, intellecto circumſcripto parallelogrammo, cum hyperbolæ inuentum ſit centrum grauitatis, tria ordinaria colligentur etiam in ſolidis genitis ex hyperbola. Sed hæc non colligentur niſi ſuppoſita ipſius quadratura. Hac ergo ſuppoſita habebimus rationem cylindri ex parallelogrammo hyperbolæ circumſcripto ad alterutrum ſolidorum ex ipſa reuoluta ſiue circa AC, ſiue circa latus parallelogrammi tranſiens per B. Item habebimus rationem horum ſolidorum ad inuicem. Et cubationem truncorum cylindrici recti ſupra ipſa exiſtentis, reſectique plano conſueto modo diagonaliter tranſeunte. Ex quibus patet ſuppoſita hyperbolæ quadratura, nos aſſignaſſe rationem cylindri circumſcripti fuſo hyperbolico, ad ipſum; quod pariter alio modo præſtitit Bonauentura Caualerius in exercit. 4. propoſit. 35.

SCHOLIVM II.

Repertum eſt ergo centrum grauitatis hyperbolæ, ſuppoſita ipſius quadratura, quod nullus (quod ſciamus) ante nos tentauit. Sed non modo licet reperire hoc, ſed etiam poſſumus aſſignare centrum æquilibrij cuiuſcunque eius partis conſtitutæ ex ſectione

ctione

ctione hyperbolæ linea, vel lineis diametro parallelis; & conſequenter centrum grauitatis talis partis duplicatæ. Explicabimus hoc in vna, ex huiuſque explicatione lector adnotabit modum in alijs exercendum. Intelligamus in ſequenti figura reperire centrum grauitatis portionis TOC, reſectæ linea TO, diametro BA, parallela. Quoniam ſupra in propoſit. 19. probatum fuit annulum ex figura mixta COPG, æqualem fore cylindro QS; communi addito fruſto conico GPRM, totum ſolidum CONL, erit æquale cylindro QS, & fruſto GPRM. Cum ergo ad modum ſuperiorum poſſimus reperire rationem, quam habet cylindrus TL, ad cylindrum QS, & ad ſegmentum conicum GPRM, ſimul; habebimus etiam rationem, quam habet cylindrus TL, ad ſolidum CONL. Hac habita, ſi ex ipſa ſubtrahamus rationem, quam habet dimidium IC, ſuppoſitam, ad figuram COIP; habebimus rationem, quam habet TI, ad interceptam inter I, & centrum æquilibrij figuræ COIF, in IT, Et conſequenter facilè reperiemus centrum æquilibrij talis figuræ. Hoc inuento reperietur etiam centrum ęquilibrij portionis hyperbolę TOC, in TO; & conſequenter centrum grauitatis duplicatę TOC, ad partes TO. Ex quibus poſtea reliqua ſolita deducentur, [illegible] tur. Hęc ergo, & ſimilia licet [illegible]. Ex quibus paterent ea omnia, quę [illegible] in loc. cit. propoſit. 36. & multo plura. Sed quia [illegible]



non reperiuntur nisi ex supposita quadratura, ideo reliquuntur. Sufficit enim nobis lectori indicare hęc nequaquam ignorari à nobis. Sicuti sufficiet ipsi indicare nos posse habere centra grauitatis omnium cylindricorum existentium super hyperbola, & super omnibus ipsius partibus, quarum inuenitur centrum grauitatis. Erit enim in medio lineæ iungentis centra grauitatis oppositarum basium. Reli-

ctis ergo his, transeamus ad quadrandam parabolam duobus nouis modis.

PROPOSITIO XXIII.

Si semihyperbola cum sibi circumscripto parallelogrammo rotetur circa secundam diametrum, Tubus cylindricus ex parallelogrammo, erit sesquialter annuli lati ex semihyperbola.

Semihyperbola ABC, cum sibi circumscripto parallogrammo AD, rotetur circa EF, secundam diametrum. Dico tubum cylindricum ADH, esse sesquialterum annuli lati ex semihyperbola ABC, circa EF, reuoluta. Quoniam tubus CBSH, est ad cylindrum AL, vt rectangulum HBA, ad quadratum EA; nempe vt rectangulum kAB, ad idem quadratum EA; & cylindrus AL, probatus est esse in proposit. 21. ad solidum CBkL, vt quadratum EA, ad quadratum EB, cum tertia parte rectanguli KAB; vnde per conuersionem rationis, est idem cylindrus AL, ad annulum ex semihyperbola ABC, circa EF, vt idem quadratum EA, ad excessum ipsius supra quadratum EB, & supra tertiam partem rectanguli kAB; ergo ex æquali, erit tubus cylindricus ADkL, ad talem annulum latum, vt rectangulum ABH, ad prædictum excessum. Sed quadratum EA, cum sit æquale quadrato EB, & rectangulo kAB, excedit illa plana duobus tertijs rectanguli k A B. Ergo tubus cylindricus A D K L, erit ad prædictum annulum, vt rectangulum K A B, ad duo tertia eiusdem rectanguli; nempe in ratione sesquialtera. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XXIV.

Si recta linea A B, secetur in C, bifariam, & in D, E, æque remotè à C, eodemque modo in F, G. Rectangulum A G B, erit excessus rectanguli A E B, supra rectangulum F E G.

A F D C E G B

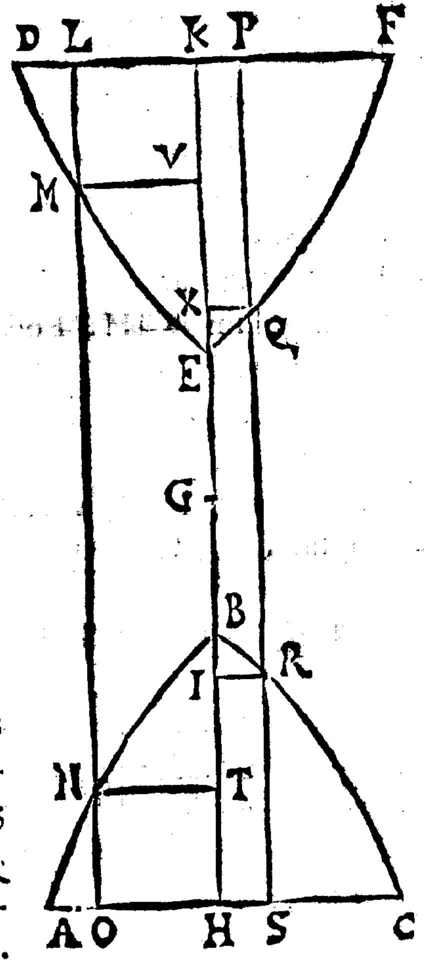
Nam rectangulum A E B, diuiditur in rectangulum A E G, & in rectangulum A F, G B. Pariter rectangulum A E G, diuiditur in rectangulum F E G, & in rectangulum A F, E G, seu B G E, quia A F, ex hypothesi, est æqualis G B. Ergo excessus rectanguli A E B, supra rectangulum F E G, est rectangulum A F, G B, cum rectangulo E G B; quæ duo rectangula sunt æqualia rectangulo A G B. Quare patet propositum.

PROPOSITIO XXV.

Si in oppositis sectionibus, quæ hyperbolæ appellantur ducantur lineæ lateri transuersi parallelæ, occurrentes

æquali-

æqualibus ad diametros applicatis in ambabus hyperbolis. Rectangula sub partibus ipsarum resectarum ab eadem curua hyperbolæ erunt ad inuicem, vt rectangula sub partibus ordinatim applicatæ ab ipsis sectæ.



Sint oppositæ sectiones hyperbolæ ABC, DEF, quarum latus transuersum EB, & DF, AC, sint æquales ordinatim applicatæ ad æquales diametros KE, BH, & sint ductæ LO, PS, parallelæ kH. Dico rectangulum LNO, esse ad rectangulum PRS, vt rectangulum AOC, ad rectangulum ASC. Applicentur à punctis N, R, N T, R I, ordinatim ad diametrum; item à punctis M, Q ordinatim applicentur ad k E, M V, Q X. Qoniam enim ex prim. conic. proposit. 21. rectangulum EHB, ad

 rectan-

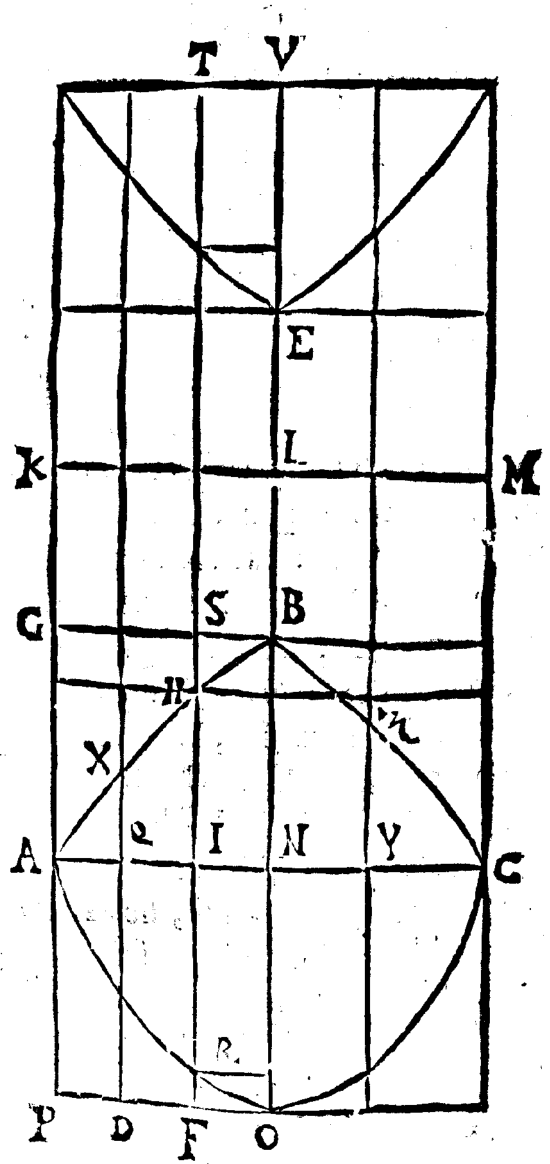
rectangulum ETB, est vt quadratum AH, ad quadratum NT, seu OH; & rectangulis EHB, ETB, sunt æqualia rectangula KBH, VBT, quia kE, BH, & VE, BT, sunt æquales; ergo erit vt rectangulum KBH, ad rectangulum VBT, sic quadratum AH, ad quadratum HO. Ergo & per conuersionem rationis, erit rectangulum KBH, ad excessum ipsius supra rectangulum VBT; nempe ex proposit. anteced. ad rectangulum kTH, seu ad ei æquale LNO, vt quadratum AH, ad rectangulum AOC. Et conuertendo, erit rectangulum AOC, ad quadratum AH, vt rectangulum LNO, ad rectangulum KBH. Eodem modo ostendetur esse rectangulum KBH, ad rectangulum PRS, vt quadratum AH, seu HC, ad rectangulum ASC. Quare ex æquali, erit rectangulum LNO, ad rectangulum PRS, vt rectangulum AOC, ad rectangulum ASC. Quod &c.

PROPOSITIO XXVI.

Parallelogrammum circumscriptum parabolæ quadraticæ, est ad ipsam, vt tubus cylindricus ex gyratione parallelogrammi circumscripti hyperbolæ circa secundam coniugatam diametrum, ad annulum latum ex reuolutione hyperbolæ circa eandem diametrum; & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales; dummodo bases parabolæ, & hyperbolæ genitricis annuli proportionaliter secentur.

Esto

Esto hyperbola ABC, cuius axis BN, diameter transuersa EB, centrum L, secunda diameter kM, parallelogrammum ei circumscriptum sit GC: pariter sit parabola quadratica AOC, cum sibi circumscripto parallelogrammo PC. Dico tubum cylindricum ex reuolutione CG, circa kM, esse ad annulum latum ex reuolutione ABC, circa eandem KM, vt parallelogrammum PC, ad AOC, parabolam. In AC, communi basi parabolæ, & hyperbolæ accipiatur arbitrariè punctum I, per quod agatur FIT, parallela OE, secans omnia vt in schemate. Quoniam ex proposit. anteced. rectangulum ANC, est ad rectangulum AIC, vt rectangulum VBN, ad rectangulum THI; & vt rectangulum VBN, ad rectangulum THI, sic armilla circularis ex BN, reuoluta circa KM, ad armillam circularem ex HI, reuoluta circa eandem KM; ergo vt rectangulum ANC, ad rectangulum AIC, sic armilla circularis VBN, seu TSI, ad armillam circularem THI. Sed vt rectangulum ANC, ad rectangulum AIC, sic ex schol. propositionis 22. libri primi NO, seu FI, ad IR. Ergo vt armilla circularis TSI, ad armillam circularem THI, sic FI, ad IR. Sed punctum I, sumptum fuit vtcunque. Ergo vt omnes armillæ circulares parallelæ armillæ VBN, ex parallelogrammo GC, reuoluto circa kM, ad omnes armillas circulares parallelas eidem VBN, ex hyperbola ABC, reuoluta circa eandem kM, sic omnes lineæ parallelogram-



logrammi PC, parallelæ NO, ad omnes lineas parabolæ AOC, parallelas eidem ON. Nempe vt

tubus

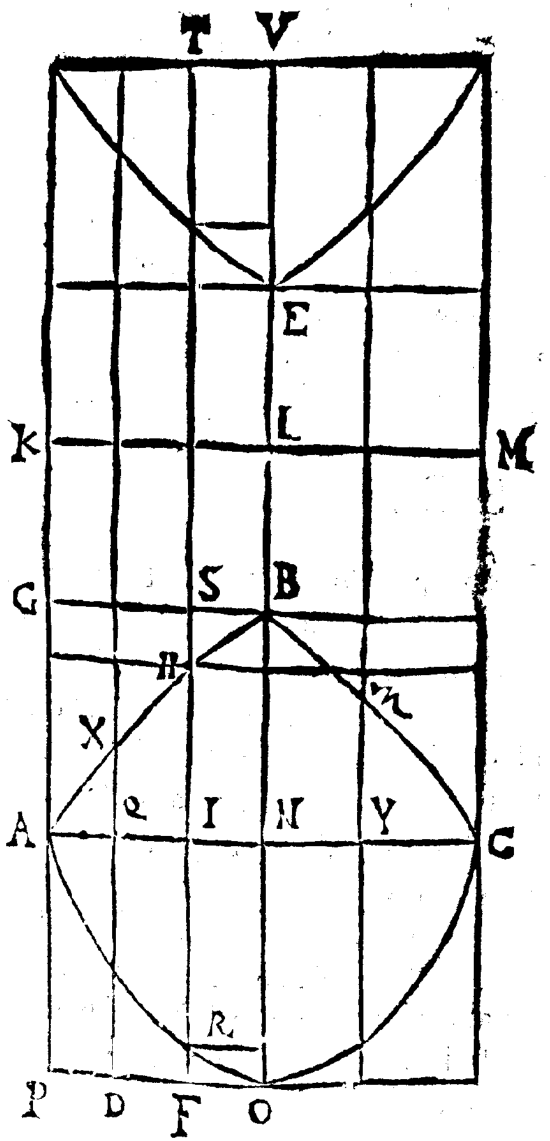
tubus cylindricus ad annulum ex hyperbola, sic parallelogrammum PC, ad parabolam AOC.

Quod autem probatum fuit de totis, patet eodem modo probari posse de partibus proportionalibus; nimirum eodem modo potest probari esse v. g. tubum cylindricum ex parallelogrammo IB, circa KM, ad partem annuli ex segmento hyperbolæ IHBN, circa eandem KM, vt parallelogrammum FN, ad segmentum parabolæ IRON. Quare patet propositum in omnibus, & per omnia.

SCHOLIVM I.

Præsens propositio, quæ probata fuit per indiuisibilium methodum breuiorem, probari quoque potest per methodum antiquam prolixiorem. Nam cum probatum sit esse armillam circularem TSI, ad armillam circularem THI, vt FI, ad IR; & cum sit armilla circularis TSI, ad armillam circularem THI, sic tubus cylindricus ex parallelogrammo SN, circa KM, ad tubum cylindricum ex parallelogrammo HN, circa eandem KM, qui tubus est inscriptus in annulo ex hyperbola; & cum pariter sit vt FI, ad IR, sic parallelogrammum FN, ad parallelogrammum RN, inscriptum in parabola: sequitur vt tubus ex parallelogrammo SN, ad tubum ex parallelogrammo HN, sic esse parallelogrammum FN, ad parallelogrammum RN. Quare si AN, v.g. bissecaretur, & hoc idem fieret de eiusdem partibus,

& in



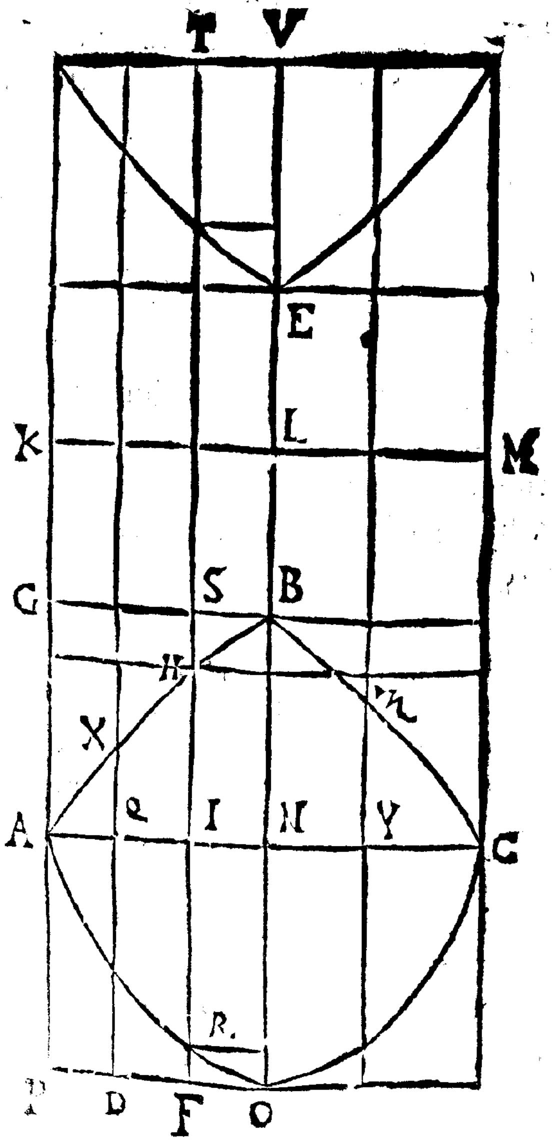
& in hyperbola, & parabola inſcriberentur parallelogramma: eodem modo probaremus partes tubi

cylindrici ex GC, eſſe ad omnes tubos ex parallelogrammis inſcriptis in hyperbola, qui tubi inſcribuntur in annulo ex hyperbola, vt partes parallelogrammi PC, ad omnia parallelogramma inſcripta in parabola. Cumque, tubi inſcripti in annulo ex hyperbola, ſicuti parallelogramma inſcripta in parabola, per continuatam talem biſſectionem poſſint tandem deficere à magnitudinibus in quibus inſcribuntur, defectu, quacunque data magnitudine minori: ſequitur tandem modo archimedeo per deductionem ad impoſſibile poſſe concludi, tubum cylindricum ex parallelogrammo eſſe ad annulum latum ex hyperbola, vt parallelogrammum ad parabolam.

Patet ergo ex dictis haberi nouo modo parabolæ quadraticæ quadraturam; nimirum parallelogrammum ei circumſcriptum, eſſe ipſius ſeſquialterum. Probatum fuit enim in anteced. propoſit. tubum cylindricum ex parallelogrammo GC, circa KM, eſſe ſeſquialterum annuli lati ex hyperbola circa eandem KM. Sed infra adhibendo aliud ſolidum hyperbolicum, parabolam alio nouo modo quadrabimus; nunc ſuggerendæ ſunt lectori quamplurimæ nouæ notitiæ geometricæ, quæ ex hac propoſitione, & ex dictis in lib. de Infin. Par. deducuntur.

SCHOLIVM II.

Deducitur ergo ex dictis, & ad modum ſuperio-



rum, parabolam A O C, & annulum latum prædictum ex hyperbola A B C, esse quantitates propor-

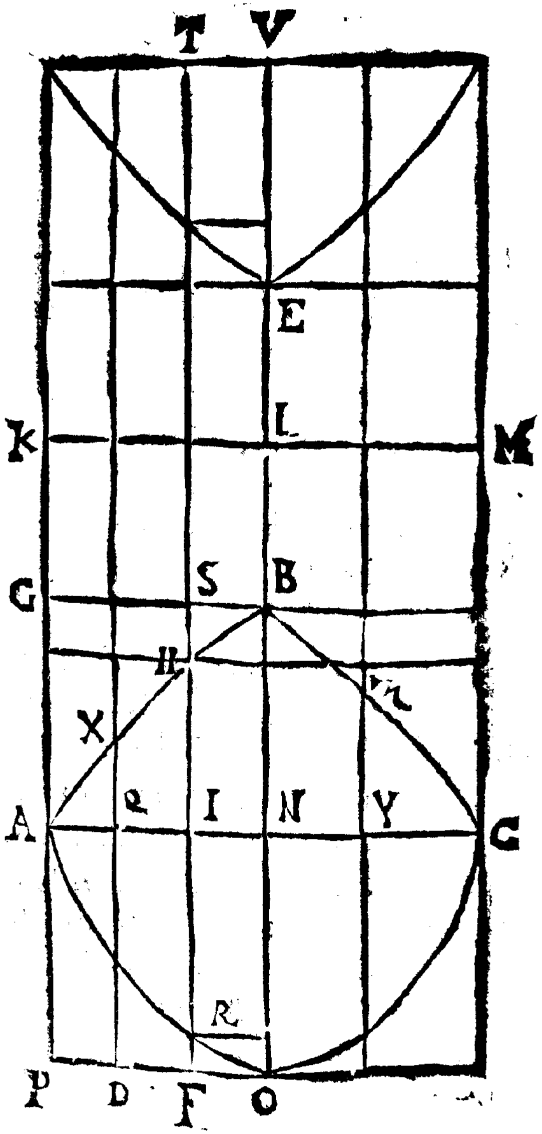
tiona-

tionaliter analogas tam in magnitudine, quam in grauitate; tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Quot ergo nouæ notitiæ deducantur ex hac doctrina tam circa magnitudinem, quam circa grauitatem talis annuli lati, ex nostro opere cit. vnisquisque potest agnoscere.

Ex proposit. enim 9. lib. prim. agnoscet quænam sit ratio, quam habet tubus cylindricus ex G I, ad portionem annuli lati ex portione minori hyperbolæ A H I; nempe esse ad ipsum vt tres A N, ad excessum ipsarum supra A N, N I, & harum tertiam minorem proportionalem. Vel subtriplando terminos, esse vt A N, ad subsesquialteram A I, cum tertia parte excessus I N, supra illam tertiam proportionalem.

Ex schol. prim. proposit. 10. agnoscet, tubum cylindricum ex parallelogrammo S N, esse ad portionem annuli ex segmento hyperbolæ I H B N, vt tripla A N, ad duplam A N, vna cum excessu ipsius supra prædictam tertiam proportionalem. Et subtriplando terminos, esse vt A N, ad A I, cum duobus tertijs I N, & cum tertia parte excessus I N, supra illam tertiam proportionalem. Imo ex schol. 3. cit. proposit. agnoscet, esse eundem tubum cylindricum ad eandem portionem annuli, vt triplum rectangulum T S I, ad duplum rectangulum T S I, cum rectangulo T H I. Et subtriplando terminos, vt rectangulum T S I, ad subsesquialterum ipsius, cum tertia parte rectanguli T H I.

Ex



Ex ſchol. prim. propoſit. 12. agnoſcet rationem tubi cylindrici ex parallelogrammo SQ, ad ſegmen-

mentum annuli ex ſegmento intermedio ſemihyperbolæ QXHI.

Ex ſchol prim. propoſit. 13. agnoſcet rationem tubi ex parallelogrammo SC, ad portionem annuli ex portione maiori hyperbolæ IHBC.

Ex ſchol. propoſit. 14. agnoſcet rationem, quam habet tubus cylindricus ex parallelogrammo SY, ad ſegmentum annuli ex ſegmento intermedio IHBZY, intercipiente axim BN.

Sed portioni minori hyperbolæ AHI, intellecto circumſcripto parallelogrammo HA, agnoſcet ex propoſit. 15. tubum cylindricum ex parallelogrammo HA, eſſe ad portionem annuli ex portione AHI, vt tripla AN, cum tripla NI, ad duplam AN, cum vnica NI. Imo ex ſchol. eiuſdem propoſit. agnoſcet, tubum prædictum eſſe ad prædictam annuli portionem, vt IC ad dimidiam IC, cum ſexta parte IA.

Ex ſcholio propoſit. 17. agnoſcet rationem tubi cylindrici ex parallelogrammo HC, ad portionem annuli ex portione maiori IHBC. Ex eodem ſchol. etiam agnoſcet talem rationem eſſe, vt eſt AI, ad dimidiam AI, cum ſexta parte IC. Quare agnoſcet vniuerſaliter, quod tubus cylindricus ex altero parallelogrammorum HA, HC, ad portionem annuli ſibi correſpondentem eſſe, vt baſis reliquæ portionis hyperbolæ, ad ſui dimidiam, cum ſexta parte baſis portionis reuolutæ.

Ex propoſit. 18. agnoſcet rationem tubi ex parallelolelogrammo HQ, circumſcripto ſegmento intermedio QXHI, ad ſegmentum annuli ex tali ſegmento intermedio.

Tandem ex ſchol. propoſit. 20. agnoſcet rationem ſegmenti annuli ex ſegmento IHBN, ad portionem annuli ex portione IAH. Qua agnita, non ignorabit rationem portionis annuli ex portione IHBC, ad prædictam portionem annuli ex portione AHI.

SCHOLIVM III.

Pariter, cum vt diximus, prædictus annulus latus ex hyperbola ſit quantitas proportionaliter analoga etiam in grauitate cum parabola quadratica; ex lib. 3. de Infin. Parab. agnoſcet lector centrum grauitatis quamplurium ſegmentorum prædicti annuli lati.

Ex ſchol. ergo 2. propoſit. 2. agnoſcet centrum grauitatis annuli ex ſemihyperbola ABN, ſic ſecare kL, vt pars terminata ad k, ſit ad partem terminatam ad L, vt 5. ad 3.

Ex ſchol. pri. propoſit. 14. agnoſcet centrum grauitatis in KL, portionis annuli ex portione minori AHI.

Ex ſchol. prim. propoſit. 16. agnoſcet centrum grauitatis ſegmenti annuli ex ſegmento IHBN. Hoc autem centrum etiam alio modo agnoſcet ex dictis in calce eiuſdem ſcholij.

Ex ſchol. prim. propoſit. 17. agnoſcet modum reperiendi

periendi centrum grauitatis ſegmenti annuli ex ſegmento intermedio QXHI. Quod etiam inueniet alio modo expreſſo in eodem ſcholio.

Ex ſchol. propoſit. 19. agnoſcet modum reperiendi centrum grauitatis portionis annuli ex portione maiori IHBC.

Tandem ex ſchol. propoſit. 21. agnoſcet modum reperiendi centrum grauitatis ſegmenti intermedij annuli ex ſegmento intermedio IHBZY, intercipiente axim BN.

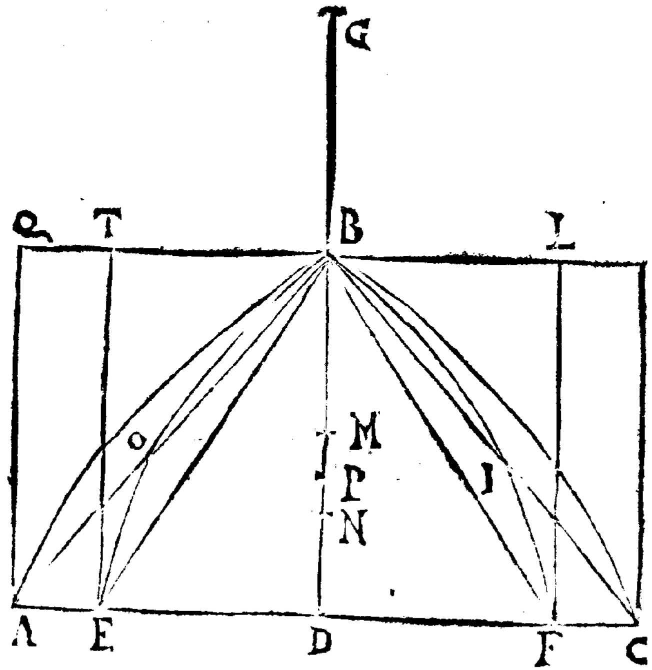
Hæ ergo ſunt notitiæ geometricæ, quæ deducuntur ex anteced. propoſit. Quibus addenda eſt Quod cum notatum ſit in ſchol. prim. propoſit. 8. lib. 4. Parabolam, ſphæram, ſphæroides, & exceſſum cylindri ſupra duos conos inuersè poſitos, quorum baſes oppoſitæ baſes cylindri, vertex verò medium punctum axis, eſſe magnitudines proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in grauitate; ſequi ex dictis, his aſſociari annulum prædictum ex hyperbola.

PROPOSITIO XXVII.

In ſchemate propoſit. quintæ, exceſſus cylindri circumſcripti conoidi hyperbolico ſupra cylindrum circumſcriptum conoidi parabolico, erit triplus exceſſus conoidis hyperbolici ſupra conoides parabolicum.

Conoidibus hyperbolico A B C, & parabolico E B F, sint circumscripti cylindri Q C, T F. Dico tubum cylindricum Q E L C, triplum esse excessus conoidis A B C, supra conoides E B F. Quoniam enim cylindrus Q C, est ad cylindrum T F, vt quadratum A D, ad quadratum D E; nempe ex hypothesi, vt D G, ad G B; ergo per conuersionem rationis & conuertendo, erit tubus cylindricus Q E L C, ad cylindrum Q C, vt B D, ad D G. Sed ex proposit. 5. 7. & 11. cylindrus Q C, est ad conoides A B C, vt D G, ad dimidium B G, cum tertia parte D B: ergo ex æquali, erit tubus Q E L C, ad conoides A B C, vt D B, ad dimidiam G B, cum tertia parte D B. Rursum, quoniam diuidendo, est tubus Q E L C, ad cylindrum T F, vt rectangulum A E C, ad quadratum E D, nempe ex hypothesi, vt D B, ad B G, & conoides E B F, est dimidium cylindri T F, vt ostendimus præcipuè in lib. 2. proposit. 15. Ergo tubus Q E L C, erit ad conoides E B F, vt D B, ad dimidiam G B. Sed erat ad totum conoides A B C, vt eadem D B, ad dimidiam G B, cum tertia parte D B. Ergo Q E L C, erit ad reliquum, nempe ad differentiam conoideorum, vt D B, ad sui tertiam partem; nempe erit triplus talis excessus. Quod erat ostendendum.

ALI-



ALITER.

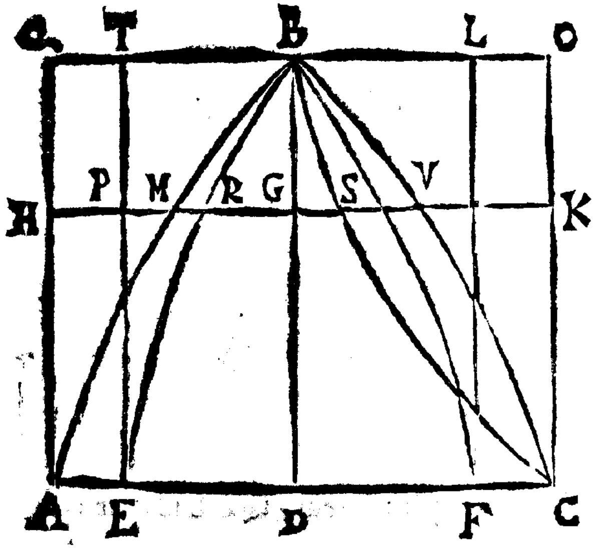
Quoniam tam totus cylindrus Q C, est triplus totius coni A B C, quam ablatus cylindrus T F est triplus ablati coni E B F (inscriptis prius conis in conoidibus); ergo & reliquus tubus Q E L C, triplus erit reliqui; nempe differentiæ conorum. Sed ex proposit. 4. differentia conorum est æqualis differentiæ conoideorum. Ergo tubus erit etiam triplus differentiæ conoideorum. Quod &c.

M PRO-

PROPOSITIO XXVIII.

Excessus cylindri circumscripti conoidi hyperbolico supra cylindrum circumscriptum conoidi parabolico sæpe explicato, est ad differentiam conoideorum, vt parallelogrammum circumscriptum trilineo quadratico ad ipsum, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales; si diametri trilinei, & conoidis secentur proportionaliter.

Sint ergo conoidea hyperbolicum ABC, & parabolicum EBF, vt sæpe dictum est, cum circumscriptis cylindris QC, TF, & insuper sit semiparabola BCO, cuius diameter OB, basis OC, & parallelogrammum ei circumscriptum sit DO, adeovt DBC, sit trilineum quadraticum, cuius diameter DB. Dico tubum cylindricum QELC, esse ad differentiam conoideorum, vt parallelogramınum DO, ad trilineum BDC, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Sumatur in DB, diametro arbitrariè punctum G, per quod in solidis intelligatur transire planum HK, plano AC, parallelum, secans tubum in P, conoides hyperbolicum in M, & parabolicum in R: item in parallelogrammo ducatur GK, parallela DC, secans curuam parabolicam in S. Quoniam ex proposit. 3. rectangulum AEC, est ad rectangulum MRV, vt quadratum DB, ad quadra-



quadratum BG: & vt rectangulum AEC, hoc est rectangulum HPk, ad rectangulum MRV, sic armilla circularis HPk, ad armillam circularem MRV: ergo vt armilla circularis HPk, ad armillam circularem MRV, sic quadratum DB, ad quadratum BG. Sed ex natura parabolæ quadraticæ, est etiam vt quadratum DB, ad quadratum BG, sic DC, seù KG, ad GS. Ergo & vt armilla HPk, ad armillam MRV, sic kG, ad GS. Cum verò punctum G, sumptum sit ad libitum; ergo vt omnes armillæ tubi cylindrici QELC, parallelæ armillæ AEC, ad omnes armillas differentiæ conoideorum, parallelas AEC, sic omnes lineæ parallelogrammi DO, parallelæ DC, ad omnes

nes lineas trilinei CDB, parallelas itidem DC; nempe vt tubus ad differentiam, sic parallelogrammum ad trilineum.

Cum vero quod ostensum est de totis, pateat posse eodem modo probari de partibus proportionalibus, ideo patet propositum.

SCHOLIVM I.

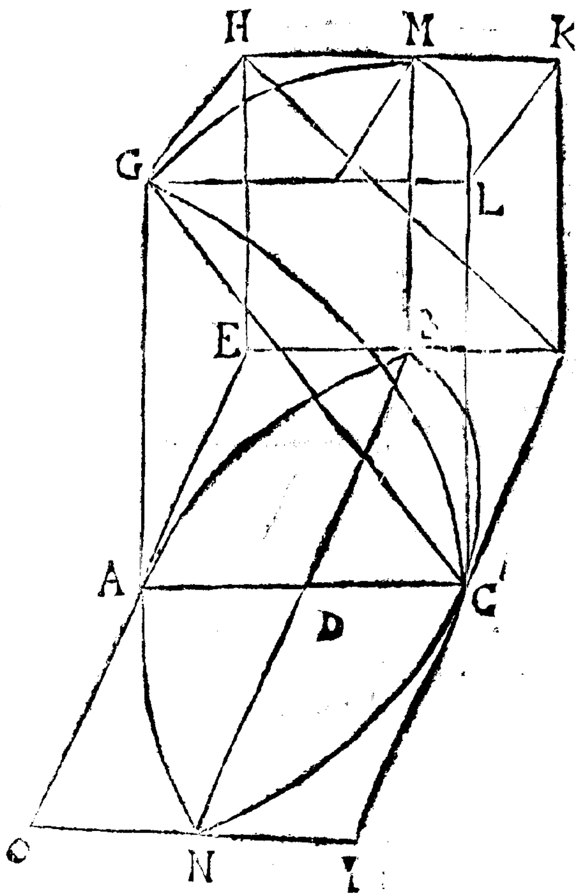
Patet ergo quomodo adhibito etiam alio solido hyperbolico, nempe differentia conoideorum, possimus quadrare parabolam. Cum enim ex proposit. anteced. tubus cylindricus QELC, sit triplus differentiæ conoideorum; etiam parallelogrammum triplum erit trilinei; & consequenter sesquialterum semiparabolæ.

Insuper patet, quod cum in schol. 2. proposit. 18. probatum sit, conum, trilineum quadraticum, excessum cylindri circumscripti hemisphærio, & hemisphæroidi, & excessum tubi cylindrici super annulum latum ex hyperbola circa secundam diametrum, esse quantitates proportionaliter analogas, patet inquam, his pro sexta addi differentiam conoideorum prædictam.

SCHOLIVM II.

In proposit. 11. lib. 2. de Infinit. Parab. cuius schema hic apponimus, probauimus, quod si sint

duæ



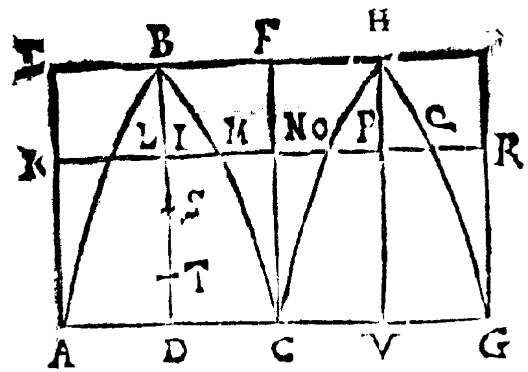
duæ quælibet figuræ ABC, AEFC, supra eadem basi AC, & circa communem axim BD; sintque hæ talis naturæ, vt ipsis duplicatis ad partes AC, hæc euadat communis axis ambarum figurarum; probauimus inquam, intellectis ambabus figu-

ris

ris gyrari circa parallelam ipsi BD, ductam per punctum C, quæ sit v. g. CF, solidum rotundum ortum ex figura AEFC, esse ad solidum rotundum ex figura ABC, vt figura AEFC, ad figuram ABC. Hoc probauimus medijs truncis sinistris cylindricorum rectorum supra figuris existentium, vt loco cit. potest conspici. Ex hac vniuersali propositione deduximus ibidem quamplurima corollaria; quibus potest aggregari, quod si ABC, esset hyperbola, & EC, esset parallelogrammum ipsam circumscribens, & haberetur quadratura hyperbolæ, nequaquam ignoraretur ratio cylindri ex EC, circa CF, ad annulum strictum ex hyperbola ABC, circa CF. Verum illa propositio potest vniuersalius proponi; non solum enim illud verum est; sed etiam verificatur, quod si illæ duæ figuræ rotentur circa parallelam ipsi CF, sed extra figuras ductam, adeovt ex figuris citatis generentur annuli lati: nihilominus annulum latum ex AEFC, ad annulum latum ex ABC, esse vt figura AEFC, ad figuram ABC. Hoc posset probari medijs ijsdem truncis, & hoc pacto liceret ampliare doctrinas de truncis in illo opere expositas; sed de his forsan aliquando. In præsenti probabimus medijs ad nostrum institutum magis accomodatis, sequentem propositionem vt ex huius cognitione inquiramus centra grauitatis infinitorum annulorum, vt infra patebit.

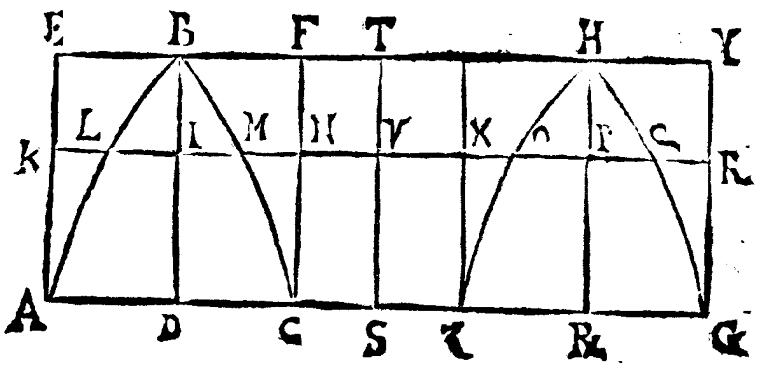
PROPOSITIO XXIX.

Si super eadem basi & circa eandem diametrum sint qualibet figura & parallelogrammum ipsam circumscribens. Cylindrus ex parallelogrammo ad solidum ex figura, reuolutis ambobus circa parallelam diametro ductam vel per extremitatem basis, vel extra basim, erit vt parallelogrammum ad figuram.



SVper eadem basi AC, & circa eandem diametrum BD, sint quælibet figura ABC, & parallelogrammum EC, ipsam circumscribens & intelligamus ambas figuras prius rotari circa FC. Dico cylindrum EG, esse ad solidum ex figura ABC, circa eandem FC, quod sit ABCHG, vt EC, ad ABC. Accipiatur in BD, arbitrarè punctum I, per quod intelligantur transire in figuris linea kN, AC, parallela, in solidis verò planum KN, item AG, parallelum. Quoniam enim vt kN, ad LM, sic (sumpta NR, communi altitudine) rectangulum kNR, ad rectangulum sub LM, & sub NR; & NR, est æqualis MQ, quia MN, est æqualis tam NO, quam QR, vnde etiam rectangulum sub LM, & sub NR, est æquale rectangulo LMQ Ergo etiam vt kN, ad LM, sic rectangulum kNR, ad rectangulum LMQ. Sed vt rectangulum kNR, ad rectangulum LMQ, sic circulus, kNR, ad armillam circularem LMQ. Ergo & vt KN, ad LM, sic circulus KNR, ad armillam circularem LMQ. At punctum I, sumptum est vtcunque. Ergo & vt vnum ad vnum, ita omnia ad omnia. Ergo vt omnes lineæ figuræ EC, AC, parallelæ ad omnes lineas figuræ ABC, item AC, parallelas, sic omnes circuli solidi EG, circulo AG, paralleli ad omnes armillas solidi ABCHG. Ergo & vt figura ad figuram, sic solidum ad solidum.

Sed supponamus figuras prædictas rotari circa ST, positam vltra C, ipsi BD, parallelam, adeo vt ex figuris generentur tubus cylindricus, & annulus latus vt in sequenti schemate. Dico nihilominus esse EC, ad figuram ABC, vt tubus ECY, ad annulum ex figura ABC. Nam accepto vt prius, puncto I, arbitrariè, factisque ijsdem, concludemus eodem modo esse vt KN, ad LM, sic rectangulum KNR, ad rectangulum LMQ: nempe



pe sic armillam circularem kNR, ad armillam circularem LMQ. Quare eodem modo concludemus esse figuram EC, ad figuram ABC, vt solidum ex EC, circa ST, ad solidum ex figura ABC, circa eandem TS. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM.

Cum præsens propositio sit proposita in tanta vniuersalitate, adeo vt comprehendat infinitas figuras circa diametrum, & infinitis modis diuersificatas, impossibile videtur posse ipsam ostendi in tali vniuersalitate vnica constructione nisi per indiuisibilia. Modo etiam archimedeo probari potest, sed in casibus particularibus, & constructionibus proprijs, vt quilibet poterit experiri.

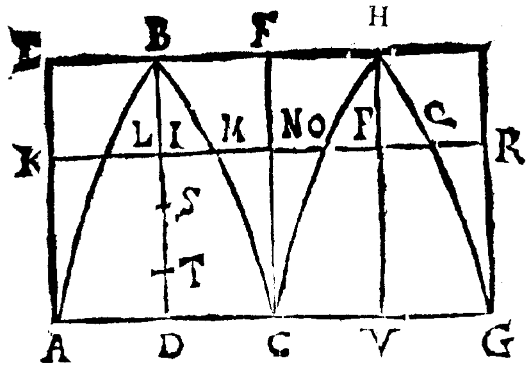
Ex hac autem vniuersalissima propositione, ea omnia, quæ sunt deducta in corollarijs proposit. cit. in opere de infinit. parab. circa varia solida annulorum

N stri-

ſtrictorum ex varijs figuris genitorum, poſſunt deduci etiam in infinitis ſolidis annulorum latorum; quæ autem ea ſint, inſpiciatur ibidem. Nos enim in præſenti non manifeſtabimus niſi infinitorum annulorum tam ſtrictorum, quam latorum centra grauitatis. Nam facili negotio ex dictis in lib. 4. infinit. parab. agnoſcemus figuras prædictas eſſe quantitates proportionaliter analogas cum ſuis annulis, tam ſtrictis, quam latis. V. g. facile agnoſcemus figuram A B C, eſſe quantitatem proportionaliter analogam tam cum annulo ſtricto A B C H G, in prima figura, quam cum annulo lato ex eadem A B C, in ſecunda figura. Quarè etiam duo annuli ex eadem figura, nempe & ſtrictus, & latus erunt quantitates proportionaliter analogæ tam in magnitudine, quam in grauitate. Sequitur ergo nos habere centra grauitatis omnium illorum annulorum tam ſtrictorum, quam latorum, quorum figurarum genitricium ſupra explicatarum, habemus centrum grauitatis.

Si ergo ſupponamus A B C, eſſe parallelogrammum veluti E C, quod rotetur vel circa ſuum latus FC, vel circa T S, ei parallelum (quod ſemper intelligendum erit in dicendis impoſterum, ne cogamur idem cum lectorum tędio repetere) centrum grauitatis cylindri, vel tubi cylindrici, ſecabit F C, vel T S, in ea ratione, in qua ſecat B D, centrum grauitatis parallelogrammi.

Si verò ſupponamus A B C, nobis repræſentare infinitas parabolas, habebimus centrum grauitatis infi-



infinitorum annulorum ex ipſis ſic ſecare F C, vt pars terminata ad F, ſit ad partem terminatam ad C, in primo annulo ex prima parabola vt 2. ad 1. In ſec. vt 3. ad 2. in tertio vt 4. ad 3. & ſic in infinitum. Ratio eſt, quia ex ſchol. prim. propoſit. 2. lib. 2. habemus centrum grauitatis infinitarum parabolarum ſic ſecare B D.

Si autem ſupponamus A B C, eſſe quamlibet infinitarum parabolarum, & E C, eſſe parallelogrammum infinitis parabolis circumſcriptum. Habebimus centrum grauitatis infinitorum annulorum ortorum ex reuolutione exceſſuum infinitorum parallelogrammorum ſupra infinitas parabolas. Hoc autem centrum grauitatis ſic ſecabit F C, vt pars terminata ad F, ſit ad partem terminatam ad C, vt numerus annuli vnitate auctus, ad triplum numerum annuli vnitate auctum. V. g. in primo annulo vt 2. ad 4. In ſecundo, vt 3. ad 7. In tertio vt 4. ad

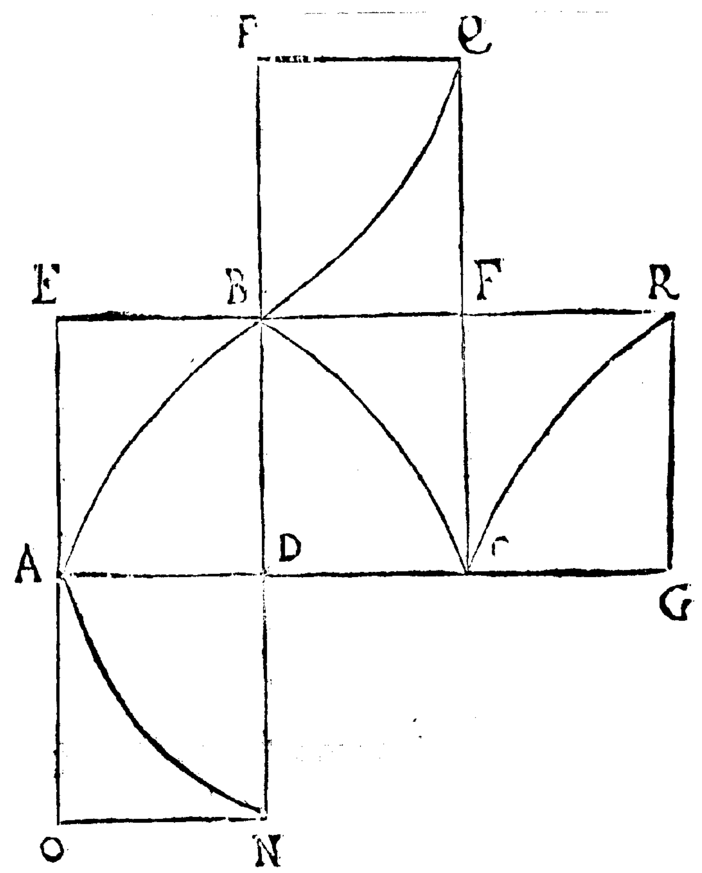
 10. &

10. & ſic in infinitum. Ratio eſt, quia ex ſchol. propoſit. 8. eiuſdem libri centrum grauitatis exceſſus parallelogrammi EC, ſupra parabolam ſic ſecat ipſam BD.

Sed ſupponentes ABC, eſſe vel ſemicirculum, vel ſemiellipſim, vel circuli, aut ellipſis portionem, vel etiam hyperbolam. Habebimus centrum grauitatis annulorum talium figurarum, ſed ſuppoſita figurarum quadratura. Hæc autem patent vera eſſe partim ex dictis in lib. 3. vbi in propoſit. 24. aſſignauimus centrum grauitatis ſemicirculi; & in ſchol. prim. propoſit. 25. omnium ipſius portionum; & in propoſit. vltima lib. 4. in qua aſſignauimus centrum grauitatis omnium partium ellipſis; partim ex dictis in propoſit. 22. huius, & in ſcholio eiuſdem, vbi aſſignauimus centrum grauitatis hyperbolæ. Imo ſi in ſchemate illius propoſitionis, intelligamus exceſſum parallelogrammi GC, ſupra hyperbolam ABC, rotari vel circa HC, vel circa ipſi parallelam extra parallelogrammum: ex dictis ibidem, agnoſcetur centrum grauitatis annulorum genitorum.

Exiſtimantes autem ABC, eſſe cycloidem primariam; placitis Toricellij in lib. 1. de motu grau. ſchol propoſit. 8 annuentes, intelligemus centrum grauitatis annuli ex cycloide ſic ſecare FC, vt pars terminata ad F, ſit ad partem terminatam ad C, vt 7. ad 5.

Sed accipiamus ſchema ſequens, in quo intelligamus ſemiparabolam BAD, duplicari ad partes baſis



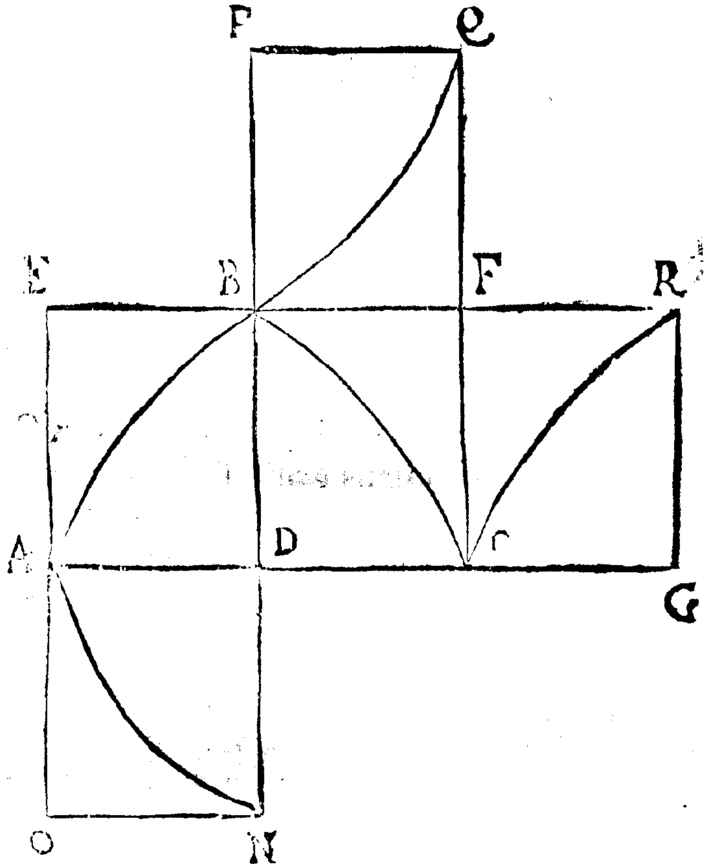
baſis AD, adeo vt hæc euadat communis axis duarum ſemiparabolarum ſimul coniunctarum, hancque figuram intelligamus rotari vel circa ON, vel circa parallelam AD, extra figuram: centrum grauitatis productorum annulorum ita ſecabit ON, vel illi parallelam &c. vt pars terminata ad O, ſit ad partem

partem terminatam ad N, vt numerus annuli au-
ctus ternario ad numerum annuli auctum vnitate.
Nimirum in primo vt 4. ad 2. In sec. vt 5. ad 3. In tertio vt 6. ad 4. & sic in infinitum. Ita enim ex schol. 2. proposit. 2. lib. 3. centrum æquilibrij semiparabolæ ABD, seù centrum grauitatis figuræ NAB, diuidit AD.

Prædictæ autem figuræ circumscripto parallelogrammo EN, & figura constante ex duobus trilineis NOABE, reuoluta prædicto modo: centrum grauitatis solidi geniti sic secabit ON, vt pars terminata ad O, sit ad partem terminatam ad N, vt vnitas ad numerum annuli vnitate auctum. Nempe in primo vt 1. ad 2. In sec: vt 1. ad 3. In tertio vt 1. ad 4. Et sic in infinitum. Ratio est quia centrum grauitatis talium trilineorum simul coniunctorum sic diuidit AD, vt centrum æquilibrij vnius v. g. AEB, diuidit EB. At ex schol. prim. proposit. 2. lib. 3. EB, in prædicta ratione secatur à tali centro æquilibrij. Quare patet propositum.

At si semiparabola quælibet intelligatur duplicari ad partes BF, vt figura constans sit CDBQP, & & hæc rotetur vel circa DC, vel circa ipsi parallelam. Centrum grauitatis solidi geniti secabit pariter DC, vt pars terminata ad C, sit ad partem terminatam ad D, vt numerus annuli ternario auctus, ad numerum annuli vnitate auctum. Nempe vt 4. ad 2. vt 5. ad 3. &c. Item si trilineum CBQ, sic rotetur; DC, sic secabitur vt pars terminata ad D,

sit ad



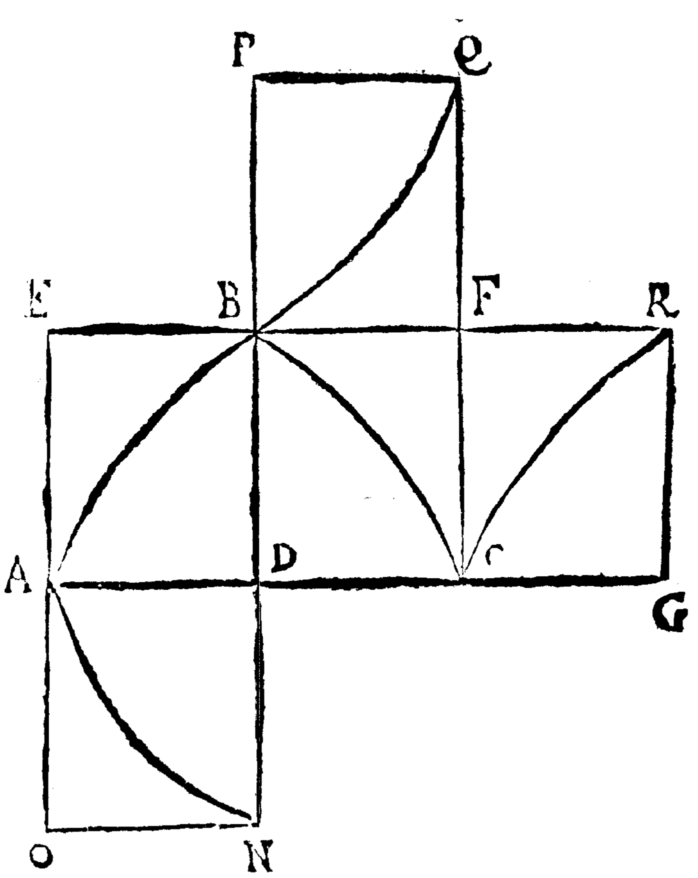
sit ad partem terminatam ad C, vt numerus annuli vnitate auctus, ad vnitatem. Ratio est quia eodem modo secatur AD, à centro grauitatis figuræ NAB, sicuti secatur BF, à centro grauitatis figuræ DCBQP; ita tamen vt homologi termini extremi sint A, & F; D, & B. Item eodem

modo

modo secatur AD, à centro grauitatis figuræ ONABE, sicuti secatur BF, à centro grauitatis figuræ CBQ; existentibus pariter homologis punctis extremis A, F; D, B.

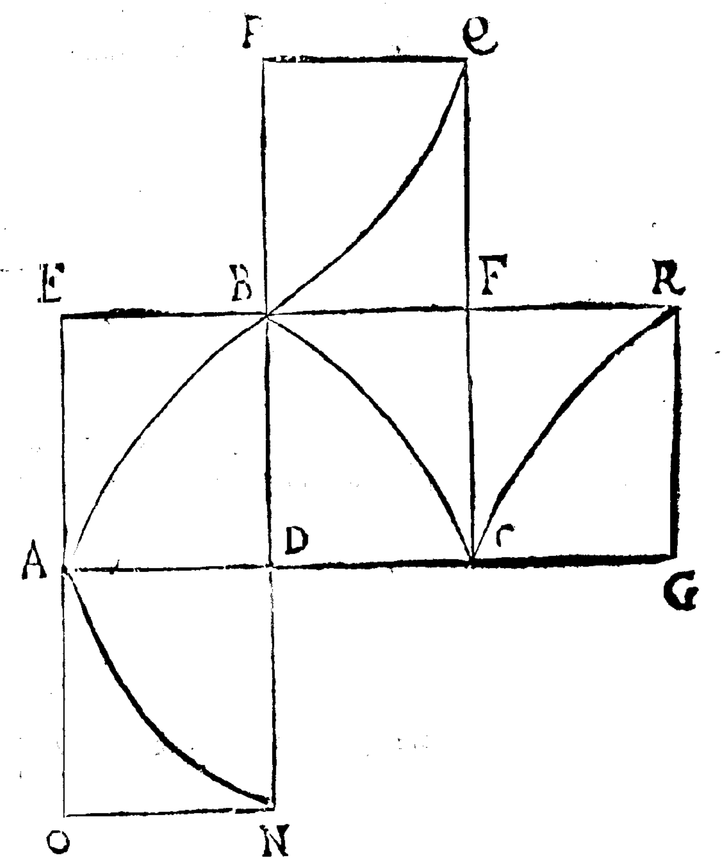
Cum verò eodem etiam modo secetur BD, à centro grauitatis figuræ ABC, sicuti secatur FC, à centro grauitatis duplicatæ semiparabolæ DBC, in BDCRG: pariter cum eodem modo secetur BD, à centro grauitatis trilineorum AEBFC, sicuti secatur FC, à centro grauitatis ipsius BCR; sequitur quod si intelligamus figuram BDCRG, rotari circa RG, &c. intelligemus pariter RG, sic diuidi à centro grauitatis geniti solidi, vt pars terminata ad R, sit ad partem terminatam ad G, vt numerus annuli vnitate auctus, ad numerum annuli. Nempe vt 2. ad 1. vt 3. ad 2. &c. Item si intelligamus sic rotari figuram BCR; RG, sic secabitur vt pars terminata ad R, sit ad partem terminatam ad G, vt numerus annuli vnitate auctus ad triplum numerum annuli vnitate auctum. Nempe vt 2 ad 4. vt 3. ad 7. vt 4. ad 10. Et sic in infinitum.

Quæ autem dicta sunt supra de parabola quatuor modis disposita, quantum ad assignationem centrorum grauitatis solidorum rotundorum ex ipsa genitorum, patet posse etiam applicari suo modo solidis genitis ex reuolutione portionum circuli, & ellipsis, item semihyperbolæ sic dispositarum. Sed quodnam sit tale centrum relinquimus lectori considerandum.



Præcipuè quia centra grauitatis figurarum genitricium non habentur nisi supposita ipsarum figurarum quadratura. Non sic relinquemus considerandum lectori, in quo puncto ipsius FC, vel ipsi parallelæ, sit centrum grauitatis solidi geniti ex excessu parallelogrammi EC, si præsuppositam cycloi-

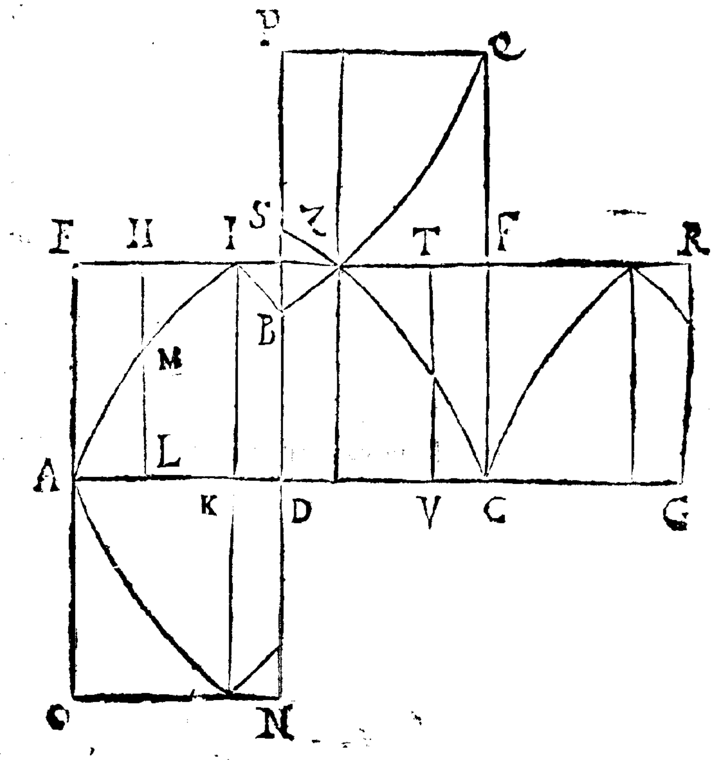
cycloidem primariam ABC, reuoluto vel circa FC, vel circa dictam parallelam: Item in quo puncto ipsius RG, vel ipsi parallelæ sit centrum grauitatis duplicatæ semicycloidis BDCRG, ad partes FC: sed admonebimus, centrum grauitatis solidi orti ex reuolutione figuræ BDCRG, sic secare dictam RG, vt pars terminata ad R, sit ad partem terminatam ad G, vt 7. ad 5. Ratio est, quia ita diuidit BD, centrum grauitatis cycloidis ABC, sicuti diuidit FC, centrum figuræ BDCRG. Item admonebimus, centrum grauitatis solidi orti ex gyratione figuræ AEBFC, circa FC, sic secare FC, vt pars terminata ad F, sit ad partem terminatam ad C, vt 1. ad 3. Ratio est quia sic diuidit BD, centrum grauitatis prædictæ figuræ reuolutæ. Nam cum ex Torricellio de dimensione cycloidis, & ex Tacquet in dissertatione de circulorum volutationibus proposit. 20. demonstratione nunquam satis laudata, constet, AEBFC, esse tertiam partem cycloidis ABC; & cum ex eodem Torricellio supra citato, supponamus centrum grauitatis cycloidis sic secare BD, vt pars terminata ad B, sit ad partem terminatam ad D, vt 7. ad 5; & pariter cum medium punctum BD, sit centrum grauitatis totius parallelogrammi EC, nempe centrum grauitatis parallelogrammi relinquat hinc inde 6, partes, quarum BD, supponitur 12; lector in doctrinis Archimedis exercitatus facile agnoscet, centrum grauitatis prædicti excessus sic secare BD, vt pars ter-



terminata ad B, sit ad partem terminatam ad D, vt 3. ad 9. seu vt 1. ad 3. Lector autem sic edoctus facile agnoscet etiam centrum grauitatis figuræ BCR, reuolutæ circa RG, &c. sic secare RG, vt pars terminata ad R, sit ad partem terminatam ad G, vt 1. ad 3.

Supponamus autem ABD, esse portionem minorem parabolæ cuiuscunque resectæ linea BD, diametro parallela, adeovt AD, sit basis talis portionis; & intelligamus portionem ABD, duplicari ad partes BD, adeovt BD, diametro parallela euadat axis figuræ ABC; & intelligamus consueto modo figuram ABC, rotari circa FC, &c. Ex proposit. 15. lib. 3. in qua assignatur centrum æquilibrij portionis ABD, in BD, diametro parallela, & consequenter centrum grauitatis figuræ ABC, habebimus centrum grauitatis talis solidi. Si vero intelligamus figuræ ABC, circumscriptum parallelogrammum EC; cum excessus ipsius habeamus centrum grauitatis, quia habemus centrum grauitatis & parallelogrammi, & portionis, & ex proposit. 15. lib. pri. habemus rationem parallelogrammi ad figuram, & consequenter illius excessus ad figuram; habebimus etiam centrum grauitatis solidi ex illo excessu circa FC, vel illis parallelam. Quod vero dictum est de figura ABC, patet ex supradictis intelligendum etiam fore de figura BDCRG. Sed si talis figura intelligeretur duplicata ad partes AD, adeovt basis DA, euadat axis figuræ NAB. Ex proposit. 14. lib. 3. habebimus centrum grauitatis annulorum ex NAB, circa ON, vel illi parallelam. Idemque intelligendum est si figura intelligeretur duplicata vt CDBQP.

Si vero in sequenti figura, portio maior AIBD, parabolæ cuiuscunque, cuius basis AD, intelligatur



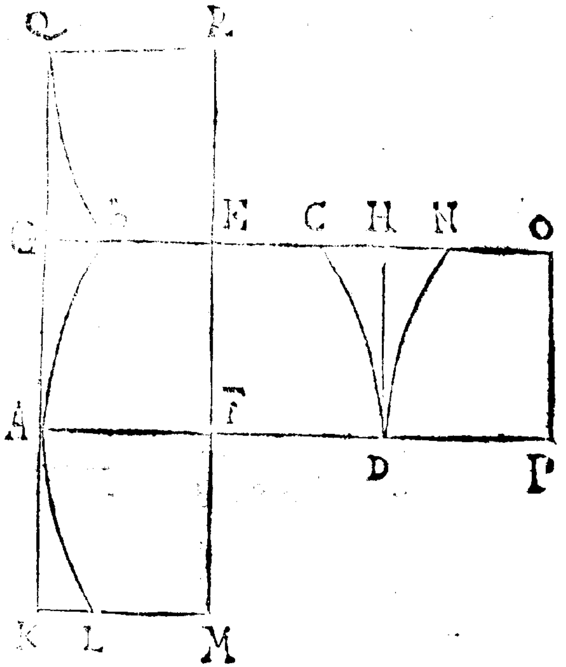
tur duplicata quatuor modis supradictis, & intelligamus generari solida prædicta; nihilominus ipsorum solidorum habebimus centra grauitatis. Ratio est quia in proposit. 19. & 20. lib. 3. habemus centra æquilibrij maioris portionis parabolæ cuiuscunque resectæ linea diametro parallela, tam in prædicta linea diametro parallela, quam in basi. Vndè etiam habemus centra grauitatis duplicatæ portionis quatuor

tuor illis modis; & consequenter centra grauitatis illorum annulorum.

Sed si in eodem schemate, portionem LMIBD, parabolæ cuiuscunque resectæ duabus lineis LM, BD, diametro IK, inter ipsas interceptæ, parallelis, intelligamus disponi quatuor prædictis modis, & intelligamus consueto modo, generari quatuor species annulorum, vt sæpe dictum est: illorum omnium sciemus centra grauitatis; hæcque nos docent proposit. 21. & 22. lib. 3. in quibus assignantur centra æquilibrij illorum segmentorum tam in basi, quam in lineis diametro parallelis.

Sed si in sequenti schemate supponamus ABEF, esse segmentum semiparabolæ cuiuscunque resectæ linea BE, basi AF, parallela, intelligamusque hoc aptari quatuor consuetis modis, & vt in schemate. Habebimus centra grauitatis solidorum genitorum modis supra explicatis. Videat lector proposit. 10. lib. 3. in qua assignatur in EF, centrum grauitatis segmenti ABCD; & proposit. 11. in qua assignatur centrum æquilibrij segmenti ABEF, in basi AF.

Sed supponamus FABE, esse vtique segmentum semiparabolæ cuiuscunque, sed sic dispositæ vt AF, sit diameter, & BE, parallela diametro, adeovt FABE, sit segmentum ad diametrum, quod intelligatur duplicatum quatuor modis vt in schemate. Solidorum genitorum consueto modo ex figuris sic dispositis habebimus centra grauitatis. Quia in pro-



posit. 15. & 16. libri 3. habemus centra æquilibrij segmenti ad diametrum parabolæ cuiuscunque, tam in basi, quam in linea diametro parallela. Solum videtur nobis lectorem admonendum, circumscriptis figuris parallelogrammis; solidum ex excessu parallelogrammi GD, supra figuram ABCD, habere tale centrum grauitatis, quod sic secet DH, FE, parallelam, vt pars terminata ad D, sit ad partem terminatam ad H, vt numerus annuli vnitate auctus ad vnitatem. V.g. in primo, vt 2. ad 1. In secundo vt 3. ad 1. Et sic in infinitum. Ratio est quia AGB, est trilineum

simile

simile toti trilineo totius semiparabolæ, in quo pariter centrum æquilibrij sic diuidit AG; & consequenter centrum grauitatis duorum trilineorum AGB, CDH, simul sic diuidit FE, vt pars terminata ad F, sit ad partem terminatam ad E, vt numerus trilinei vnitate auctus, ad vnitatem. Idem propter eandem rationem, intelligendum est de trilineo CDN, reuoluto vel circa ductam per N, seù C, ipsi EF, parallelam, vel circa alias parallelas EF, extra trilineum ductas.

Sed tandem supponamus ABEF, esse segmentum intermedium semiparabolæ cuiuscunque resectæ duabus lineis BE, AF, diametro parallelis, quod segmentum intelligatur dispositum quatuor modis. Omnium solidorum genitorum consueto modo nobis innotescent centra grauitatis ex proposit. 17. & 18. lib. 3.

Quot igitur solidorum habeantur ex antedicta proposit. centra grauitatis, de quibus neutiquam cognitio tenebatur, potuit lector animaduertere. Sed non minorem vtilitatem capiemus ex sequenti propositione, quæ, modo ad nostrum institutum apto, explicata, ducet nos in cognitionem centrorum grauitatis quorundam solidorum, quæ vsque nunc geometria ignorauit. Præcipuè ex ipsa venabimur centra grauitatis omnium semifusorum parabolicorum; nempe docebimus in quo puncto basis sit centrum grauitatis solidi ex semiparabola quacunque reuoluta circa basim.

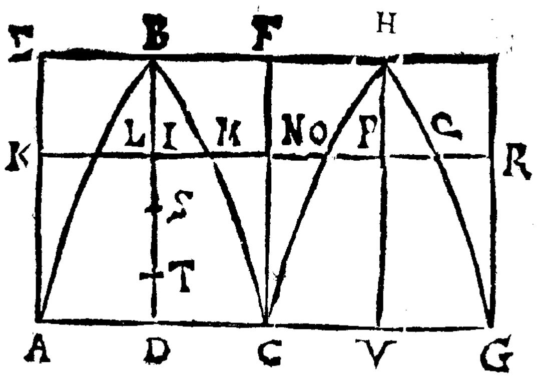
PRO-

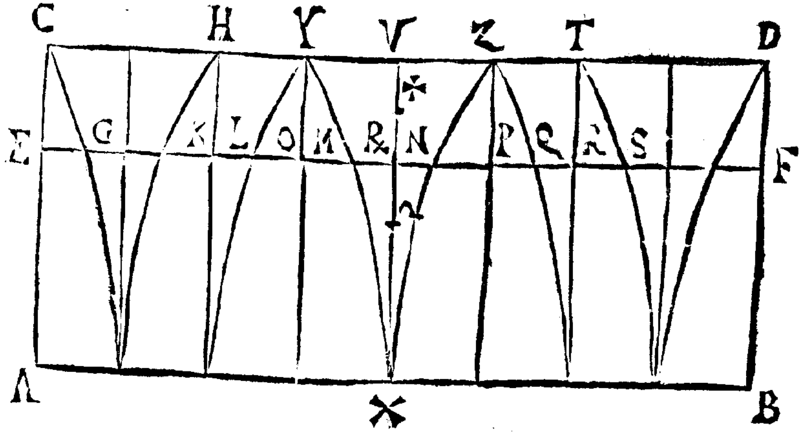
PROPOSITIO XXX.

Annulus strictus figuræ antecedentis propositionis æquatur quatuor solidis, quorum duo sint, qui oriuntur ex reuolutione semifiguræ circa diametrum, alia duo ex reuolutione semifiguræ, circa parallelam diametro per extremitatem basis; & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Item annulus latus ex eadem figura æquatur duobus primis solidis, & duobus annulis latis ex semifigura circa parallelam diametro extra ipsam.

Esto ergo figura ABC, in primis, quæ reuoluatur circa CF, diametro BD, parallelam ductam per extremitatem basis C. Dico annulum ABCHG, æqualem esse duobus solidis ex semifigura DBC, circa BD, & duobus solidis ex eadem DBC, circa CF. Disponantur ista solida, vt in schemate, sec. adeo vt contineantur omnia inter duo plana AB, CD, parallela. Sicuti autem taliter sunt disposita vt duo genita ex reuolutione DBC, circa diametrum occupent medium locum, ità potuissent disponi quocunque alio modo; & sicuti disponuntur vt vnum aliud tangat, ità potuissent disponi vt essent ab inuicem distita quocunque interuallo. Disposita autem fuerunt sic tanquam concinno modo ad inferrenda pulcherrima, quæ ex tali propositione deducentur. Accipiatur in diametro BD,

P primæ





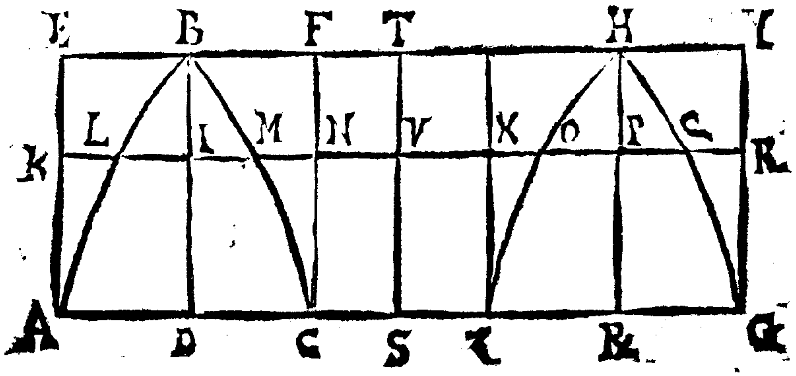
primæ figuræ, quodlibet punctum I, per quod ducatur planum LQ, plano AG, parallelum. Cum autem CA, in secunda figura supponatur æqualis ipsi BD, in prima, fiat CE, æqualis BI, & per E, agatur planum EF, AB, CD, planis parallelum. Rectangulum IMQ, primæ figuræ, diuiditur in rectangula IMQ, & LI, MQ. Rectangulum IMQ, est æquale rectangulis IMP;

IM,

IM, PQ, seu MIL. Pariter rectangulum LI, MQ, cum sit æquale rectangulo IMQ, diuiditur in eadem rectangula. Quare colligemus, rectangulum LMQ, æquale esse duobus rectangulis IMP, & duobus rectangulis MIL. Rectangulum IMP, in prima figura, æquatur rectangulo EGK, in secunda; vnde duo rectangula IMP, primæ, æquantur duobus rectangulis EGk, RSF, secundæ: item duo rectangula MIL, primæ, æquantur duobus rectangulis LOM, NPQ, secundæ; vnde omnia quatuor rectangula primæ, æquantur quatuor rectangulis secundæ. Ergo etiam rectangulum LMQ, primæ, æquabitur rectangulis EGk; LOM; NPQ; RSF, secundæ. Ergo & armilla circularis LMQ, solidi primæ figuræ, æquabitur armillis circularibus EGk; RSF, & circulis LOM, NPQ, secundæ. Cum autem puncta I, & E, sumpta sint ad libitum, inuentaque sit æqualitas inter plana prædicta; rectè deducemus, necdum omnes armillas circulares solidi primæ figuræ plano AG, parallelas, æquales esse omnibus armillis circularibus, & omnibus circulis solidorum secundæ; sed etiam solidum primæ æquari omnibus solidis secundæ.

Quod autem probatum fuit de totis, patet eodem modo probari posse de partibus proportionalibus; quia non dissimili modo probabimus partem solidi primæ contentam inter plana parallela LQ, AG, æquari parti solidorum secundæ, contentæ inter plana AB, EF, parallela. Quare patet propositum.

Secunda pars propositionis; nempe quod in sequenti figura, annulus latus ex figura ABC, circa TS, reuoluta sit ęqualis duobus solidis ex DBC,



reuoluta circa BD, & duobus ex eadem reuoluta circa TS; facta pręparatione simili antecedenti, lector facile proprio Marte cognoscet, discurrendo vt nos supra fecimus. Quare patet propositum.

SCHOLIVM I.

Nec etiam pręsens propositio in tanta vniuersalitate proposita, videtur vnica constructione probari posse nisi methodo indiuisibilium. In figuris vero particularibus, factis particularibus præparationibus, probari etiam poterit modo Archimedeo. Si enim supponamus ABC, esse figuram ad partes B, deficientem, lector in geometricis peritus facile agnoscet probari posse modo Archimedeo.

Ex his ergo, & ex dictis in lib. 4. de Infinit. Parab. colligemus sæpe replicatam doctrinam; nimirum annulum primę figurę, & solida simul secundę, esse quantitates proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in grauitate. Vnde cum solidum primę sit magnitudo sic analoga cum figura ABC. Sequitur etiam omnia solida secundę figurę simul, esse analoga cum figura ABC, tam in magnitudine, quam in grauitate. Cum autem facile etiam sit cognoscere pręjdictorum solidorum simul secundę figurę esse centrum grauitatis in VX (vt hoc enim sequatur sic ex industria disposita fuerunt;) ergo centrum grauitatis pręjdictorum solidorum simul ita secabit VX, vt centrum grauitatis figurę ABC, secat BD. Ex hac doctrina adinueniemus centrum grauitatis nonnullorum solidorum. Sed prius adnotabimus vnum particulare in sequenti scholio, quod existimamus P. Marium Bettinum Societatis Iesù si viueret, libenter excepisse.

SCHOLIVM II.

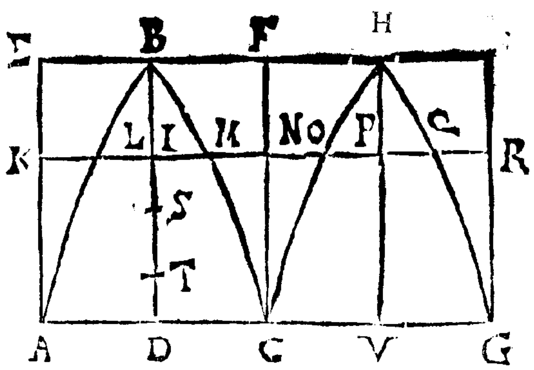
Galileus, in postremis Dialogis pag. apud nos 28, loquitur de paradoxo quodam geometrico, in quo intelligit demonstrare circuli circumferentiam ęqualem esse puncto. De hoc paradoxo vestigia Galilei sequentes, locuti sumus & in appendicula sexaginta

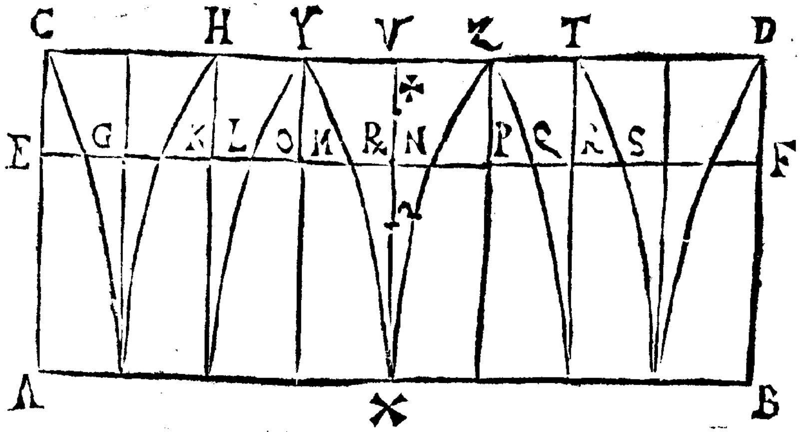
ginta problematum geometricorum, & in hoc opere in schol. 3. proposit. 10, & in schol. 3 proposit. 18. At P. Bettinus supradictus in tom. 3. sui Ærarij pareg. geom. schol. prim. & alibi, admonet paradoxum præsens nequaquam intelligendum esse geometricè, sed physicè: nam geometricè loquendo, Euclides, doctrinaque eius tradita in defin. 3. lib. 5. Element. ab omnibusque passim recepta huic asserto aduersatur. Proportio enim est duarum magnitudinum eiusdem generis, quatenus ad quantitatem pertinet, mutua quædam habitudo. Quando ergo comparatur circumferentia cum puncto, & colligitur æqualitas, fit comparatio impropria, & quæ non est, cum sint quantitates diuersorum generum. At non deest alius medius terminus geometricus ostendens Galilei Parallogismum si intelligat geometrice loqui, non physicè. Hicque nobis suppeditatur ab antecedenti propositione, antecedentibusque solidis. Nam ad modum Galilei discurrentes, in maximum absurdum incideremus: ostenderemus enim circuli circumferentiam æqualem esse duabus circuli circumferentijs, quarum vnaquæque priori esset ęqualis, & insuper duobus punctis. Cum enim probatum sit, solidum ex ABC, in prima figura, æquale esse quatuor solidis in secunda figura tam secundum totum, quam secundum partes proportionales; sequeretur ex doctrina Galilei, quod cum tandem solidum ABCHG, in prima figura desinat in circumferentia circuli, cuius diameter BH; item quatuor solidorum in secunda figura, duo extrema desinant in circumferentijs, quarum diametri CH, TD, media verò in punctis Y, Z; sequeretur inquam, circumferentiam BH, æqualem esse circumferentijs CH, TD, & punctis Y, Z. Quod est absurdissimum. Nam cum circumferentiæ sint vt diametri, & cum BH, CH, & TD, sint ęquales; sequitur etiam circumferentias circulorum, quorum diametri CH, TD, duplas esse circumferentiæ, cuius diameter BH. Erroneus ergo est discursus, ex quo hauritur circumferentiam BH, ęquari circumferentijs CH, TD, & punctis Y, Z; & consequenter erroneus est Galilei discursus.

PROPOSITIO XXXI.

Semifusi parabolici cuiuscunque, centrum grauitatis reperire.

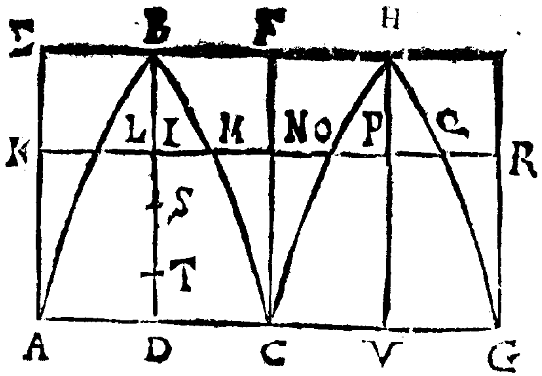
ESto ABD, semiparabola quæcunque in prima figura, cuius diameter AD, basis BD, quæ reuoluta circa basim BD, generet semifusum parabolicum; huius oportet centrum grauitatis assignare. Semiparabola ABD, intelligatur duplicata ad partes basis BD, & figura ABC, ex duabus semiparabolis constans intelligatur rotari circa FC, BD, parallelam. Item in secunda figura intelligantur quatuor solida sic disposita, vt duo extrema AH, TB,

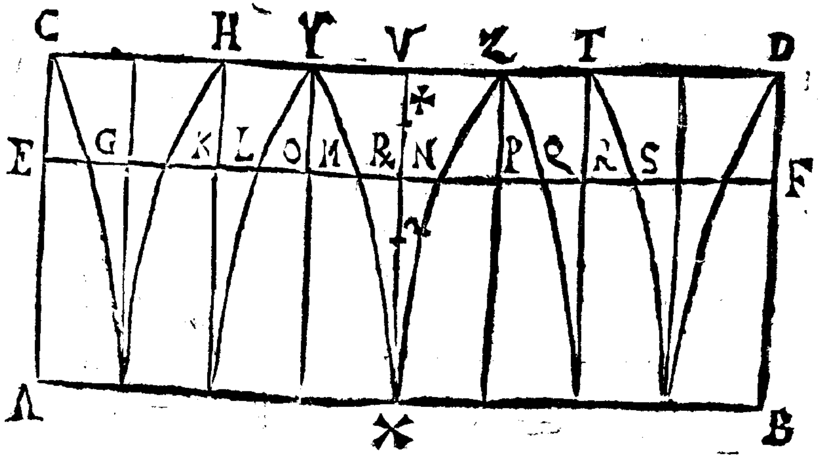




TB, ſint illa, quæ oriuntur ex ſemiparabola DBC, reuoluta circa CF, duo vero media ſint illa, quæ oriuntur ex reuolutione ſemiparabolæ ABD, circa baſim BD, nempe ſint duo ſemifuſi parabolici ex data ſemiparabola. Ex propoſit. anteced. conſtat quatuor ſolida ſecundæ figuræ eſſe proportionaliter analoga cum ſolido ABCHG, primæ. Sed ſolidum ABCHG, primæ eſt proportionaliter ana-

analogum cum figura ABC, conſtante ex duabus ſemiparabolis. Ergo & quatuor ſolida ſecundæ figuræ ſimul erunt proportionaliter analoga cum figura ABC. Sed ex ſchol. 2. propoſit. 2 lib. 3. centrum grauitatis figuræ ABC, ſic diuidit BD, vt pars terminata ad B, ſit ad partem terminatam ad D, vt numerus parabolæ ternario auctus ad numerum parabolæ vnitate auctum. Ergo & centrum grauitatis quatuor ſolidorum ſecundæ figuræ ſimul ſic ſecabit VX, vt pars terminata ad V, ſit ad partem terminatam ad X, vt numerus parabolæ ternario auctus ad numerum parabolæ vnitate auctum. Supponatur à perito geometra, ſic diuiſa in ℞. Item ex propoſit. 18. lib. 4. de infin. parab. conſtat centrum grauitatis ſolidi ex ſemiparabola DBC, in prima figura circa CF, ſic diuidere FC, vt pars terminata ad F, ſit ad partem terminatam ad C, vt duplus numerus parabolæ ternario auctus, ad duplum numerum vnitate auctum. Ergo & centrum grauitatis ſolidorum extremorum in ſecunda figura, ſic ſecabunt lineas circa quas ſemiparabolæ intelliguntur reuolutæ. Cum ergo talia ſolida ſint ex inſtituto ſic diſpoſita, vt commune amborum centrum grauitatis cadat in VX: ſi ergo VX, ſic diuidatur in ✠, vt V✠, ſit ad ✠X, vt duplus numerus parabolæ ternario auctus, ad duplum numerum parabolæ vnitate auctum; ✠ erit centrum grauitatis illorum ſolidorum ſimul. Cum ergo in VX, ſit centrum grauitatis tam quatuor ſolidorum ſimul,





quam duorum extremorum; ergo & reliquorum duorum mediorum simul erit in VX, centrum grauitatis. Hoc autem reperietur si fiat reciprocè vt duo media ad duo extrema, sic ✠℞, ad ℞2. Cum ergo ex corollar. prim. proposit. 4. lib. 3. sit solidum vnum medium ad vnum solidorum extremorum, nempe duo media ad duo extrema, vt numerus parabolæ ad numerum parabolæ vnitate auctum; si fiat

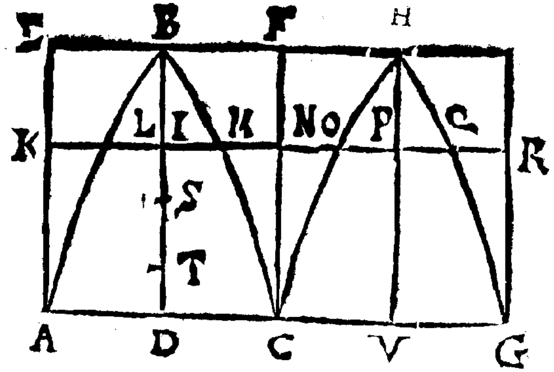
vt

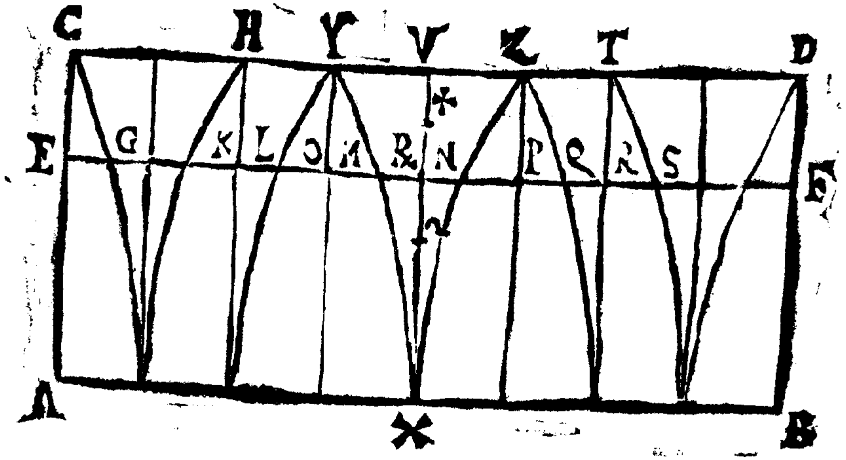
vt numerus parabolæ ad numerum parabolæ vnitate auctum, sic ✠℞, ad ℞2. Erit 2, centrum grauitatis duorum solidorum mediorum simul. Sed cum hæc fuerint sic disposita vt centrum grauitatis vniuscuiusque ipsorum sic secet illorum axim; si ergo axis BD, semifusi in prima figura, sic secetur in Γ, vt BΓ, sit ad ΓD, vt V2, ad 2✠: erit Γ, centrum grauitatis semifusi ABC, orti ex reuolutione semiparabolæ ABD, circa basim BD. Quod erat reperiendum.

SCHOLIVM.

Inuentio huius centri grauitatis non continet aliquam seriem ordinatam. Verum tamen est, quod quilibet numero poterit exprimere rationem in qua secetur BD, à centro grauitatis talis semifusi, si ordinem obseruauerit, quem nos tenemus in inuentione talis centri in semifuso parabolico quadratico. In primo enim semifuso, cum sit conus, iam patet BD, sic secari vt pars ad B, sit ad partem ad D, vt 3. ad 1. In quadratico verò, consequenter ad supra dicta, si BD, sic secetur in S, vt BS, sit ad SD, vt numerus parabolæ ternario auctus ad numerum parabolæ vnitate auctum; quarum BD, erit 8, talium BS, erit 5, & quarum BD, erit 12, talium BS, erit 7, cum dimidia. Item si secetur in I, vt BI, sit ad ID, vt duplus numerus ternario auctus, ad duplum numerum vnitate auctum,

Q 2 qua-





quarum BD, erit 12, BI, erit 7. Ergo quarum BD, erit 12, talium BI, erit 7; BS, 7, cum dimidio IS, dimidium; ID, 5; DS, 4. cum dimidio. Fiat ergo vt numerus parabolæ ad numerum parabolæ vnitate auctum sic IS, ad ST. Ergo quarum partium IS, est 2, talium ST, erit tria. Cum ergo quarum BD, erat 12, talium BS, esset 7, cum dimidio, & IS, dimidium. Ergo quarum BD,

erit

erit 24; IS, erit 1; & BS, 15. Et qualium BD, erit 48, talium IS, erit 2, & BS, 30. Sed qualium IS, erat 2, talium ST, erat 3. Ergo qualium BD, erit 48, talium BT, erit 33, & TD, 15. Ergo centrum grauitatis semifusi parabolici quadratici sic diuidit BD, in T, vt BT, sit ad TD, vt 33, ad 15; & subtriplando terminos, vt 11, ad 5.

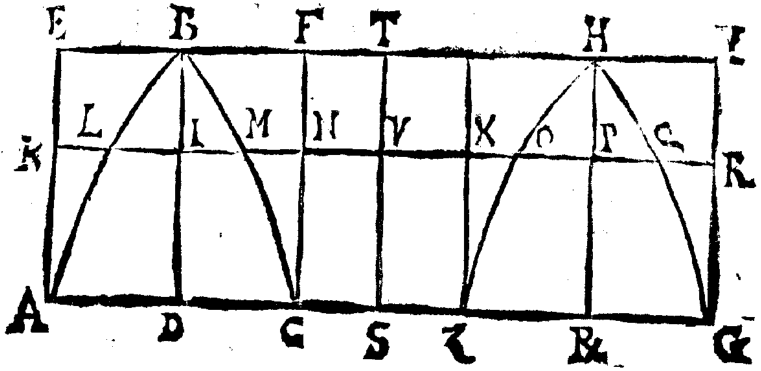
Sed non solum supradicta methodo reperiemus centrum grauitatis semifusi parabolici, sed etiam excessus cylindri ipsi circumscripti supra ipsum; nempe centrum grauitatis solidi ex trilineo EBA, in prima figura, reuoluto circa basim semiparabolæ BD. Cum autem tale centrum facilius inueniatur alio modo, ideo hunc experiemur in parabola quadratica in numeris. Supponamus ergo BD, sectam bifariam in S, & in T, sic vt BT, sit ad TD, vt 11, ad 5. adeo vt T, sit centrum grauitatis semifusi ABC. Ergo quarum BD, erit 16, talium ST, erit 3, & BS, 8. Ergo qualium BD, erit 37, cum tertia parte, talium ST, erit 7, & BS, 18, cum duobus tertijs. Cum autem ex schol. prim. proposit. 14. lib 2. sit excessus cylindri circumscripti semifuso ad ipsum vt 7, ad 8, & si fiat vt talis excessus ad semifusum, sic reciprocè TS, ad SI, sit I, centrum grauitatis prædicti excessus; erit SI, 8. qualium BS, est 18, cum duobus tertijs. Ergo talium reliqua BI, erit 10, cum duobus tertijs. Qualium ergo BD, est 37, cum tertia parte, erit BI, 10, cum duabus tertijs partibus, & reliqua DI, 26, cum duobus tertijs.

tijs. Ergo centrum grauitatis prædicti excessus secat BD, in I, in prædicta ratione.

PROPOSITIO XXXII.

Semifusi hyperbolici cuiuscunque, supposita hyperbolæ quadratura, possumus centrum grauitatis reperire.

SVpponamus in seq. figura DBC, esse semihyperbolam, cuius diameter CD, basis BD, latus transuersum CZ, centrum S. Dico, supposita hyperbolæ quadratura, nos posse reperire centrum grauitatis semifusi hyperbolici ABC. Disponantur quatuor solida vt supra, & vt in secunda figura, sed duo extrema AH, TB, intelligantur esse annulos non strictos, vt schema exprimit, sed latos, ortos ex rotatione semihyperbolæ DBC, seq. figuræ circa secundam diametrum TS. Ergo horum quatuor solidorum sic dispositorum vt in illa figura habemus centrum grauitatis in VX, quia habemus centrum grauitatis solidi ABCZHG, seq. figuræ, quod ex proposit. 30. est proportionaliter analogum cum quatuor solidis secundæ figuræ. Habemus autem centrum grauitatis solidi ABCZHG, quia habemus in basi BD, centrum grauitatis figuræ ABC, constantis ex duabus semihyperbolis, ex proposit. 12. in qua, supposita hyperbolæ quadratura, inuentum fuit centrum æquilibrij semihyperbolæ DBC, in basi BD, & consequen-



ter centrum grauitatis in BD, ipsius ABC. Pariter, cum ex schol. 3. prop. 26. habeamus centrum grauitatis, sine suppositione quadraturæ hyperbolæ, annuli lati ex semihyperbola DBC, in hac figura reuoluta circa secundam diametrum TS; habebimus consequenter ad supra dicta, in secunda figura, in VX, centrum grauitatis duorum solidorum extremorum, nempe duorum annulorum latorum AH, TB. Insuper ex schol. 2. prop. 32. supposita hyperbolæ quadratura, habemus in hac figura rationem, quam habet annulus latus DBCZHR, ad semifusum ABC; & consequenter in secunda figura, habemus rationem duorum solidorum extremorum simul ad duo solida media. Ergo consequenter habebimus in VX, secundæ figuræ centrum grauitatis duorum solidorum mediorum simul. Et pariter in hac figura, habebimus centrum in BD, semifusi ABC. Quod &c.

SCHO-

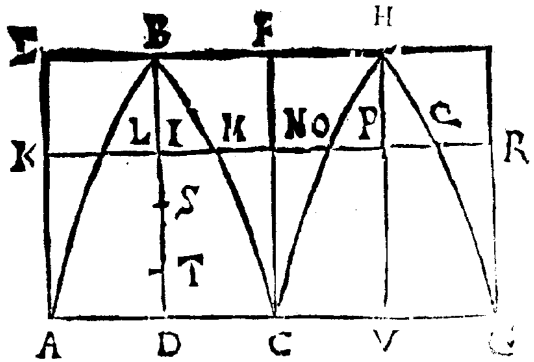
SCHOLIVM.

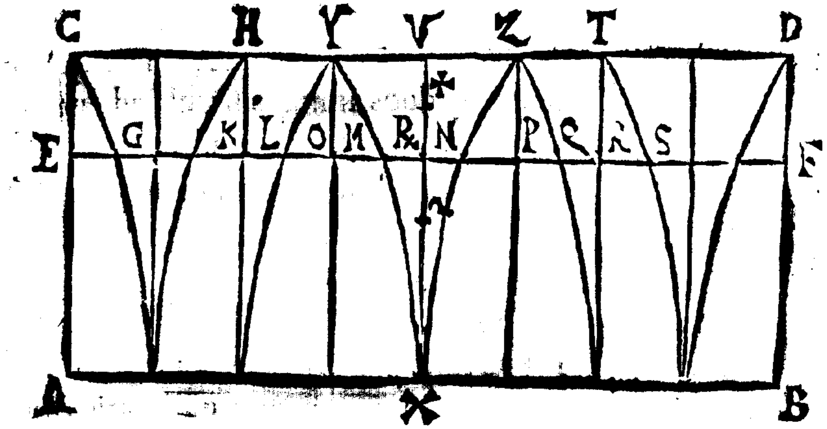
Sed non ſolum habebimus tale centrum grauitatis, ſed etiam centrum grauitatis exceſſus cylindri EC, ſupra ipſum.

PROPOSITIO XXXIII.

Annuli ſtricti ex ſemiparabola quacunque, cuius exponens ſit numerus par, reuoluta circa parallelam diametro ductam per extremitatem baſis, centrum grauitatis aſſignare.

ESto ſemiparabola quæcunque DBC, cuius exponens ſit numerus par, ſitque eius diameter BD, baſis DC, & intelligamus DBC, rotari circa CF, parallelam diametro BD, ductam per C: oporteat annuli producti centrum grauitatis reperire. Intelligamus ſemiparabolam duplicari ad partes BD, vt fiat tota parabola ABC, & intelligamus hanc totam rotari circa FC, vt fiat annulus ABCHG. Cum hic annulus ex propoſit. 30. ſit æqualis quatuor ſolidis dictis in illa propoſitione, diſponantur hęc ſolida vt in ſecunda figura. Ergo horum quatuor ſolidorum ſimul centrum grauitatis ita ſecabit VX, vt ſecat BD, centrum grauitatis parabolæ ABC. Sed ex ſchol. prim. propoſit. 2. lib. 3. hoc centrum ita ſecat BD, vt pars terminata ad B, ſit ad





ſit ad partem terminatam ad D, vt numerus parabolæ vnitate auctus ad numerum parabolæ. Ergo ſi VX, ſic ſecetur in ℞, vt ſit V℞, ad ℞X, vt numerus parabolæ, ſeu annuli vnitate auctus, ad numerum parabolæ; erit ℞, centrum grauitatis ſolidorum quatuor ſimul ſumptorum. Pariter, quoniam ex propoſit. 14. lib. 4. centrum grauitatis conoidis ABC, ſic in prima figura diuidit BD, vt

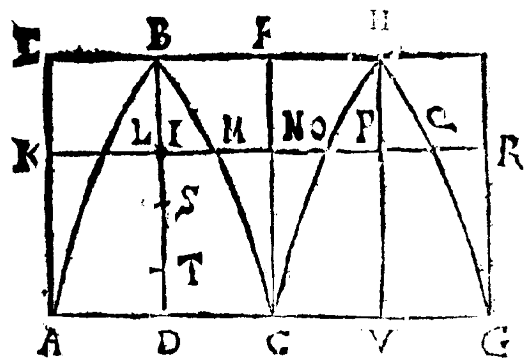
R pars

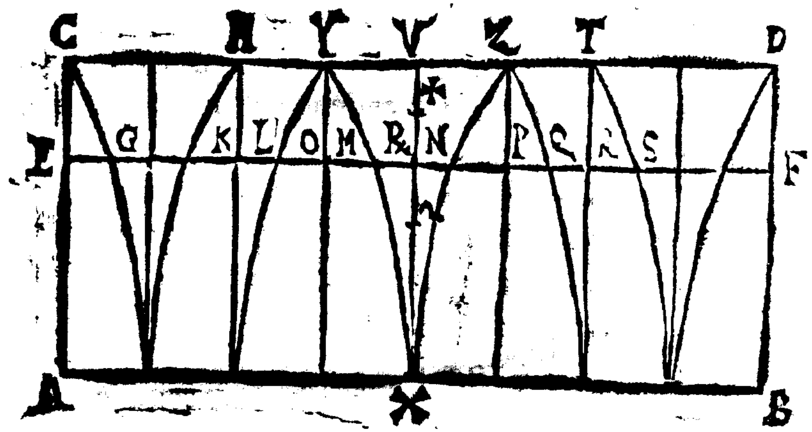
pars terminata ad B, sit ad partem terminatam ad D, vt dimidium numeri conoidis vnitate aucti, ad dimidium numeri conoidis; & cum sic in secunda figura sint disposita ex industria duo conoidea media, vt centrum grauitatis amborum simul sit in VX; si hæc sic secetur in 2, vt sit V 2, ad 2 X, vt dimidium numeri conoidis aucti vnitate ad dimidium numeri conoidis; erit 2, centrum grauitatis duorum conoideorum simul. Cum ergo in VX, sit centrum grauitatis tam quatuor solidorum simul, quam duorum conoideorum; ergo & in VX, erit centrum grauitatis duorum annulorum extremorum. Si ergo fiat vt duos annulos simul, ad duo conoidea simul, vel vt vnus annulus ad vnum conoides, nempe ex coroll. 3. lib. 3. vt numerus conoidis ternario auctus ad numerum conoidis vnitate auctum, sic reciprocè 2 ℞, ad ℞ ✠. Erit ✠ centrum grauitatis duorum annulorum simul. Et si in prima figura secetur FC, in puncto in ratione F✠, ad ✠X. Erit illud inuentum centrum grauitatis illius annuli. Res de se patet. Quare &c.

SCHOLIVM.

Sed nec etiam inuentio huius centri continet aliquam pulchram seriem; quilibet tamen assignabit in numeris rationem secundum quam diuiditur FC, à centro grauitatis prædicti annuli, si notabit sequentem ordinem quem tenemus in annulo semiparabolæ qua-

qua-





quadraticæ. In illa enim VX, sic secatur in ℞, centro grauitatis quatuor solidorum simul, vt V℞, sit ad ℞X, vt 3. ad 2. In 2. vero vt V2, sit ad 2X, vt 2, ad 1, nempe vt 3, cum tertia parte, ad 1, cum duobus tertijs. Ergo qualium VX, est 5, talium V℞, est 3, & V2, est 3, cum tertia parte; ℞2, tertia pars; & qualium VX, est 15, talium V℞, est 9; V2, 10; & ℞2, vnitas.

 Qua-

Qualium ergo ℞2, eſt 5, talium VX, eſt 75, V℞, 45, & V2, 50. Cum ergo qualium ℞2, eſt 5, talium ℞✱, ſit 3. Ergo qualium VX, eſt 75, talium V✱, erit 42. VX, ergo centro g auitatis duorum annulorum ſecabitur in ✱, & conſequenter FC, ſic ſecabitur à centro grauitatis prædicti annuli quadratici v.g. in N, vt FN, ſit ad NC, vt 42, ad 33; nempe ſubtriplando terminos, vt 14, ad 11.

Habito autem centro grauitatis talis annuli, non ignorabitur centrum grauitatis conici BCH, orti ex rotatione trilinei BFC, circa baſim FC. Quod licet poſſit haberi independenter ab inuento centro grauitatis annuli, vt patet ex ſuperioribus, conſiderando per ſe, ſolidum ortum ex reuolutione exceſſus parallelogrammi EC, ſupra parabolam ABC, circa FC, faciendo diſpoſitionem vt ſupra; facilius tamen inuenietur ex centro annuli ex ſemiparabola prius inuento. Nam habetur etiam centrum grauitatis totius cylindri DH; & ex propoſit. 15. lib. 2. habetur ratio prædicti annuli ad conicum BCH. Hoc autem ſic in numeris inuenietur in conico quadratico: ſupponamus in ſecunda figura (in qua faciemus operationem in VX, & quam in ipſa faciemus intelligemus factam in FC) VX, eſſe ſectam bifariam in ℞, & in 2, vt V2, ſit ad 2X, vt 14, ad 11. Ergo ℞, erit centrum grauitatis totius cylindri annulo circumſcripti, & 2, erit ex dictis, centrum grauitatis annuli. Ergo qualium tota

ta

ta VX, eſt 25; V2, 14; & 2X, 11; talium V℞, erit 12, cum dimidia; & ℞2, 1, cum dimidia. Cum ergo ex ſecunda parte propoſit. 15, lib. ſecun. ſit diuidendo conicus BCH, ad annulum vt 2, ad 10, ſeù vt 1, ad 5; & ſi fiat reciprocè vt conicus, ad annulum, nempe vt 1, ad 5, ſic 2℞, ad ℞✱, ſit, ✱, centrum grauitatis conici; & cum ſit vt 1, ad 5, ſic vnum cum dimidio ad 7, cum dimidio. Ergo ✱℞, erit 7, cum dimidio. Quare reliqua V✱, erit 5, & ✱X, 20. Ergo VX, ſic ſecatur in ✱, & FC, v. g. in N, à centro grauitatis conici BCH, vt CN, ſit ad NF, vt 20, ad 5, ſeù vt 4. ad 1.

PROPOSITIO XXXIV.

Annuli ſtricti orti ex reuolutione ſemihyperbolæ, vt in anteced. propoſit. ſuppoſita hyperbolæ quadratura, poſſumus centrum grauitatis aſſignare.

SEd ſupponamus DBC, eſſe ſemihyperbolam, &c. Dico etiam nos poſſe aſſignare centrum grauitatis annuli ſtricti ex ſemihyperbola DBC, circa FC. Reuoluta enim hyperbola ABC, tota circa FC, vt fiat annulus ABCHG, cum hic ſit æqualis quatuor ſolidis diſpoſitis vt in ſecunda figura, vt ſæpe dictum eſt; ergo ex propoſit. 22. in qua aſſignatur centrum grauitatis in BD, hyperbolæ ABC, habebimus etiam centrum grauitatis quatuor illorum ſolidorum ſimul diſpoſitorum. Sit hoc

cen-

centrum ℞. Item ex prop. 13. & 14. habemus centrum grauitatis conoidis hyperbolici, & consequenter duorum conoideorum dispositorum vt in secunda figura. Sit hoc 2. Pariter; quoniam ex proposit. 12. habemus centrum æquilibrij semihyperbolæ DBC, in DC; habebimus etiam ex proposit. 4 lib. 3. rationem quam habent solida ex semihyperbola DBC, reuoluta circa BD, & FC, ad inuicem; & consequenter habebimus rationem, quam habent in secunda figura duo solida extrema ad duo media. Si ergo fiat vt duo solida extrema ad duo media sic reciprocè 2 ℞, ad ℞✠. Erit ✠, centrum grauitatis duorum annulorum simul. Vndè patet quomodo possimus habere centrum grauitatis vnius annuli soli ex semihyperbola. Quod &c.

SCHOLIVM.

Habito centro grauitatis annuli, non ignorabitur centrum grauitatis conici hyperbolici BCH; pro qua re consideretur scholium antecedentis propositionis, discursusque in ipso expositus imitetur.

Quoniam autem ex doctrinis superius traditis licet nobis colligere centra grauitatis aliquorum solidorum, de quibus nunquam geometria locuta est; ideo vt hoc expeditius fiat, opere pretium ducimus doctrinas superius traditas aptius ordinare, regulam quandam generalem exponendo. Sciendum ergo est, quatuor esse centra grauitatis, quorum tribus datis,

datis, licet quartum colligere. Nempe centrum grauitatis figuræ ABC, circa diametrum: centrum æquilibrij semifiguræ DBC, in DC: centrum grauitatis solidi ABC, orti ex reuolutione semifiguræ ABD, circa BD: & centrum grauitatis semifiguræ DBC, reuolutæ circa FC. Nam datis tribus primis, patebit dari quartum sic. Dato centro grauitatis figuræ ABC, datur centrum grauitatis solidi orti ex gyratione ABC, circa CF; & consequenter centrum grauitatis quatuor solidorum dispositorum in secunda figura. Secundo dato centro æquilibrij semifiguræ DBC, in DC, dabitur ratio solidi ex semifigura DBC, reuoluta circa DB, ad solidum ex eadem reuoluta circa CF; ex proposit. 4. lib. 3. & consequenter in secunda figura dabitur ratio duorum solidorum mediorum ad duo extrema. Tertio dato centro grauitatis solidi ABC, dabitur etiam in secunda figura centrum duorum solidorum mediorum simul. Si ergo ℞, sit centrum quatuor simul, iam datum, & 2, sit centrum duorum mediorum etiam datum, si fiat 2 ℞, ad ℞✠, in ratione data, nempe vt duo solida extrema, ad duo media, vel vt vnum ad vnum; erit ✠ centrum grauitatis duorum extremorum, vel vnius extremi, quod est quartum, quod quærebatur. Ita suppositis dari tribus quibusuis quatuor iam dictorum, patebit simili discursu, dari quartum. His animaduersis,

PRO-

PROPOSITIO XXXV.

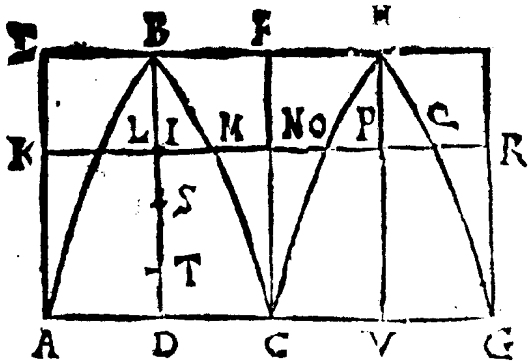
Annuli stricti orti ex reuolutione segmenti semiparabolæ cuiuscunque, cuius exponens sit numerus par, resectæ linea basi parallela, circa lineam ductam parallelam diametro per extremitatem basis possumus centrum grauitatis assignare.

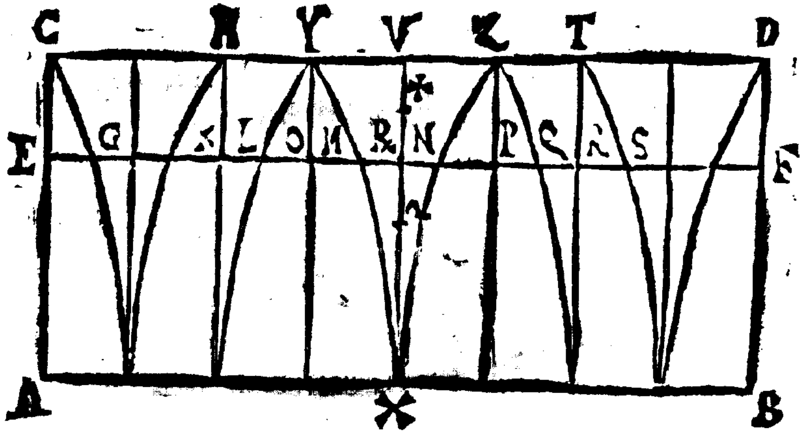
PArabola quæcunque ABC, cuius numerus par, sit secta LM, AC, parallela, & intelligamus DIMC, rotari circa CF. Dico annuli orti nos posse assignare centrum grauitatis. Nam cum ex proposit. 10. lib. 3. habeamus centrum grauitatis segmenti parabolæ ALMC, habebimus etiam ex supra dictis, centrum grauitatis annuli ALMCOQG; & consequenter quatuor solidorum dispositorum vt in secunda figura. Ex proposit. 11. eiusdem libri habemus centrum æquilibrij figuræ DIMC, in basi DC. Ex schol. proposit. 15. lib. 3. habemus centrum grauitatis solidi ALMC. Ergo quartum non ignorabitur; nempe centrum grauitatis solidi orti ex rotatione DIMC, circa NC. Quod &c.

SCHOLIVM.

Cum autem habeamus centrum grauitatis cylindri IV; & rationem ex schol. 2. proposit. 11. lib. 3. quam

3. quam





3. quam habet cylindrus IV, ad conicum MCO; habemus etiam in NC, centrum grauitatis talis conici.

PROPOSITIO XXXVI.

Annuli stricti orti ex rotatione segmenti semihyperbolæ resectæ linea basi parallela (supposita segmenti quadratura)

S

ra) modo in proposit. anteced. explicato, possumus centrum grauitatis assignare.

VIce parabolæ proposit. antèced. sit hyperbola. Dico nos posse assignare centrum grauitatis annuli stricti DIMCOPV. Nam cum ex proposit. 22, habeamus centrum grauitatis tam hyperbolæ ABC, quam hyperbolæ LBM, & cum ex suppositione quadraturæ facile possimus elicere rationem segmenti ALMC, ad hyperbolam LBM; habebimus centrum grauitatis segmenti hyperbolæ ALMC; & consequenter solidi ALMCOQG: & consequenter quatuor solidorum dispositorum vt in secunda figura. Item ex schol. proposit. 15. habemus centrum æquilibrij in DC, segmenti DIMC. Ex proposit. 17, habemus centrum grauitatis solidi ALMC. Ergo nec etiam in præsenti quartum ignorabitur; nempe centrum grauitatis annuli DIMCOPV. Quod &c.

SCHOLIVM.

Ex prædicto centro inuento, & ex ratione cylindri IV, reperta in citato schol. proposit. 15 per conuersionem rationis, ad conicum MCO, reperiemus in NC, centrum grauitatis conici MCO, prædicti.

PRO-

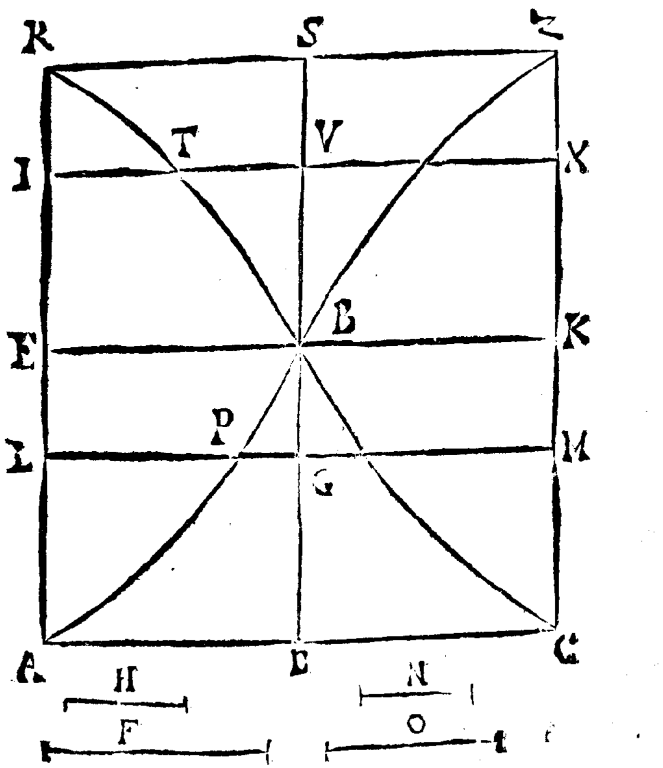
PROPOSITIO XXXVII.

Variorum segmentorum infinitorum fusorum parabolicorum, possumus centra grauitatis assignare.

ESto parabola quæcunque RBA, quam intelligamus rotari circa RA, adeo vt generetur quilibet fusus parabolicus. Dico variorum segmentorum huius fusi nos posse centra grauitatis assignare.

In primis parabola secetur linea IT, diametro EB, parallela, possumus assignare centrum grauitatis partis fusi ortæ ex reuolutione segmenti ad diametrum ITBE, circa IE. Nam in primis ex proposit. 16. lib. 3. habemus centrum æquilibrij in IE, basi segmenti ITBE, nempe centrum grauitatis duplicatæ figuræ ITBE, ad partes IE. Secundo, ex proposit. 18. lib. 4 habemus centrum grauitatis portionis annuli orti ex reuolutione segmenti IIBE, circa BV. Tertio ex schol. 3. proposit. 15. lib. 3. habemus centrum segmenti ITBE, in EB, nempe habemus rationem, quam habet solidum ex ITBE, segmento reuoluto circa VB, ad solidum ex eodem segmento reuoluto circa IE. Ex istis tribus centris datis, ad modum superiorum deducemus quartum, nempe centrum grauitatis segmenti fusi ex ITBE, segmento reuoluto circa IE.

S 2 Secundo



Secundo fecetur parabola etiam LP, EB, diametro parallela, adeovt IT, LP, intercipiant diametrum, possumus assignare centrum grauitatis segmenti intermedij fusi orti ex reuolutione segmenti intermedij ITBPL, reuoluti circa IL. Nam ex proposit. 21. lib. 3 habemus centrum grauitatis duplicatæ figuræ ITBPL, ad partes IL. Secundo ex proposit. 22. eiusdem lib. habemus centrum æquilibrij segmenti in LG; nempe rationem solidorum

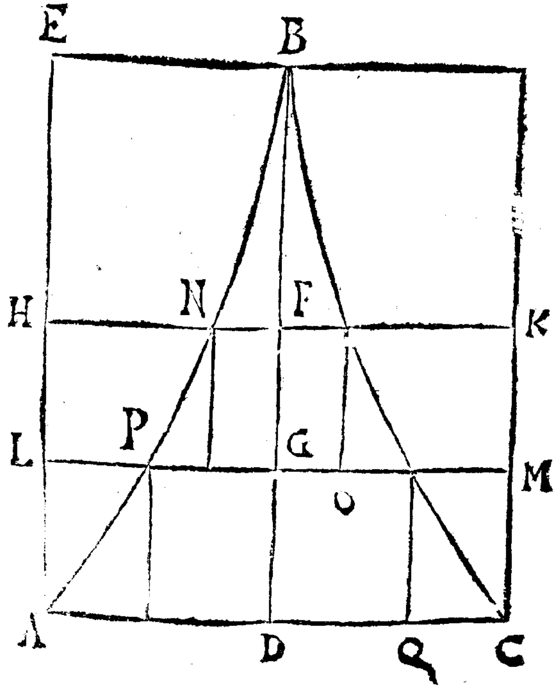
dorum reuolutorum circa VG, & IL. Tertio ex proposit. 18. lib. 4. habemus centrum grauitatis segmenti annuli ex segmento ITBPL, reuoluto circa VG. Ergo quartum, nempe centrum segmenti fusi ex eodem segmento circa LI, non ignorabitur.

Sic cognoscemus centrum grauitatis portionis fusi ex portione maiori ITBA. Nam centrum grauitatis duplicatæ portionis habetur ex proposit. 19. lib. 3. Ex proposit. 20. eiusdem libri, habemus rationem solidorum ex portione reuoluta circa VB, & circa IA. Tertio ex citata proposit. 18. lib. 4. habemus centrum portionis annuli ex portione ITBA, reuoluta circa VB. Quare &c.

Pariter cognoscemus centrum grauitatis portionis fusi ex portione minori RTI, quia ex proposit. 14. lib. 3. habemus centrum grauitatis in RI, duplicatæ portionis RTI. Secundo habemus rationem, quam habet prædicta portio fusi, ad portionem annuli ex portione IRT, reuoluta circa SV. Quia mente portioni intellecto circumscripto parallelogrammo, habemus ex schol. 2 proposit 15. eiusdem libri, rationem portionis fusi, ad cylindrum sibi circumscriptum: pariter habemus rationem prædicti cylindri ad cylindrum RX, quia habemus, ex data portione, rationem IT, ad IV; & consequenter quadrati IT, ad quadratum IV: item habemus ex schol. 2. proposit 4. lib. 4 rationem cylindri RX, ad portionem annuli ex portione RTI, circa

circa SV. Vnde ex æquali, habemus rationem portionis fusi ad portionem annuli. Tertio habemus centrum grauitatis prædictæ portionis annuli ex cit. prop. 18. lib. 4. Ergo quartum, nempe centrum grauitatis portionis fusi non ignorabitur.

Sed nec in sequenti figura, supposita semiparabola EBA, secta duabus lineis HN, LP, diametro EB, parallelis, ignorabimus centrum grauitatis segmenti fusi ex segmento intermedio HNPL.



Nam

Nam centrum grauitatis in HL, duplicati segmenti ad partes HL, habetur ex proposit. 17. libri 3. Item ex præcitata proposit. 18. lib. 4. habemus centrum grauitatis segmenti annuli ex segmento HNPL, circa BD. Tertium nempe ratio segmenti fusi ad segmentum annuli patebit haberi. Quia habemus ex schol. proposit. 8. lib. 3. rationem segmenti fusi ad cylindrum ex parallelogrammo LN, sibi circumscripto; sed habemus rationem talis cylindri ad cylindrum HM, & huius ex præcit. schol. 2. proposit. 4, lib. 4. ad segmentum annuli. Quare ex æquali, patet propositum. Cognitis verò tribus præcedentibus, quartum centrum quæsitum innotescet. Patuit ergo propositum in omnibus prædictis partibus.

SCHOLIVM.

Sicuti autem in antecedentibus reperta sunt centra grauitatis variorum segmentorum infinitorum fusorum parabolicorum, sic ex supposita quadratura hyperbolæ, eiusque segmentorum, liceret reperire tam centra grauitatis variorum segmentorum hyperbolæ quam variorum segmentorum fusi ex hyperbola, quod indicasse lectori sufficiat.

Ex superius ergo dictis patuit quot sint ea, quæ deducuntur ex proposit. 30. superiori, sed insuper alia possunt deduci nempe tres regulæ vniuersales in tribus sequentibus proposit. exprimendæ.

PRO-

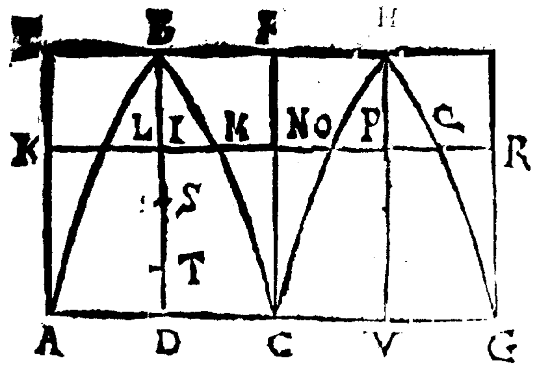
PROPOSITIO XXXVIII.

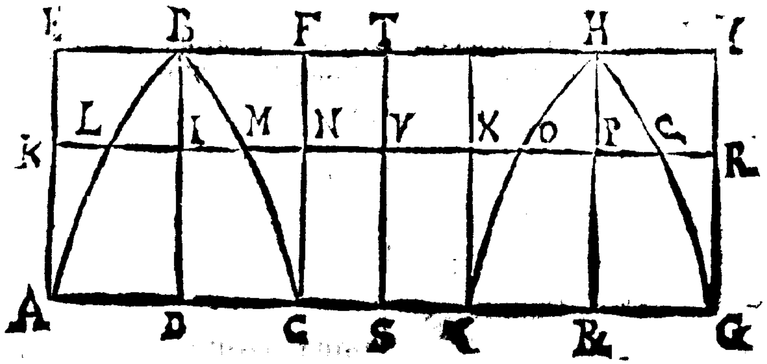
Data cuiuscunque semifiguræ circa diametrum quadratura, dataque ratione cylindri circumscripti solido ex semifigura reuoluta siue circa diametrum, siue circa ductam diametro parallelam, vel per extremitatem basis, vel extra figuram. Datur ratio cylindri circumscripti altero dictorum solidorum ad ipsum.

SIt data quælibet semifigura DBC, circa diametrum BD, & data sit ratio quam habet parallelogrammum BC, ad ipsam figuram; insuper detur ratio, quam habet cylindrus ex BC, in prima figura, reuoluto siue circa DB, siue circa FC, ad alterum solidorum ex semifigura DBC, siue circa BD, siue circa FC: vel in secunda figura detur vel ratio cylindri EC, ad solidum ABC, vel cylindri DH, ad solidum ex DBC, reuoluta circa TS. Dico dari etiam rationem alterius cylindri, ad alterum solidum ex semifigura.

Probetur prius in prima figura, in qua intelligamus parallelogrammum EC, cum figura integra ABC, rotari circa FC. Ergo ex propos. 29. cum data sit ratio ex hypothesi, parallelogrammi EC, ad figuram ABC, dabitur quoque ratio cylindri EG, ad solidum ABCHG. Sed tale solidum ex proposit. 30. æquatur duobus solidis ex DBC, circa DB, & duobus, ex eadem circa FC.

Ergo



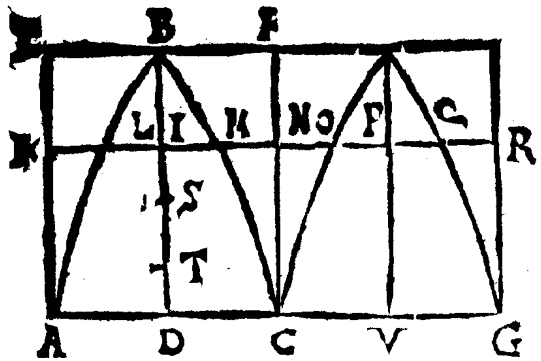


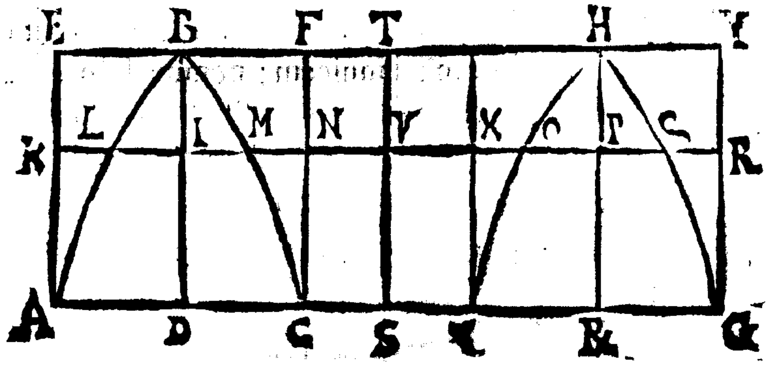
Ergo dabitur quoque ratio cylindri EG, ad hæc quatuor solida. Ergo & cylindri EC, qui est quarta pars cylindri EG, ad eadem quatuor solida. Ergo dabitur quoque ratio cylindri EC, seù ei æqualis, DH, ad duo tantum illorum solidorum, scilicet ad vnum, & vnum, nempe ad vnum circa DB, & ad vnum circa FC. Sed ex hypothesi, datur quoque ratio cylindri EC, seù DH, ad alterum tantum solidorum ex DBC, reuoluta siue

T circa

circa DB, siue circa FC. Ergo quacunque data, dabitur etiam altera; nempe data ratione cylindri EC, ad solidum ABC, dabitur quoque ratio cylindri DH, ad solidum ex DBC, circa FC, & è contra.

Pariter in secunda figura. Quoniam datur ratio parallelogrammi DF, ad semifiguram DBC, siue parallelogrammi EC, ad integram figuram ABC, dabitur ex proposit. 29. ratio tubi cylindrici ECY, ad annulum latum ABCZHG. Ergo ex proposit. 30. dabitur quoque ratio prædicti tubi ad quatuor solida ex DBC, duabus vicibus reuoluta circa BD, & duabus circa TS. Ergo dabitur quoque ratio talis tubi ad vnum solidum ABC, & ad vnum DBCZH℞. Cum autem detur ratio DS, tam ad AC, quam ad CG (hoc enim est supponendum, quia danda est CS, qua data dantur prædicta) dabitur etiam ratio quadrati DS, ad rectangulum ACG; nempe dabitur ratio cylindri DH, ad tubum cylindricum ECY. Ergo ex æquali, dabitur quoque ratio cylindri B℞, ad solidum ABC, simul cum solido DBCZH℞. Si ergo detur etiam ex hypothesi, ratio cylindri EC, ad solidum ABC, quia cum detur ratio cylindri DH, ad cylindrum EC, datur etiam ratio cylindri DH, ad solidum ABC. Ergo dabitur quoque ratio eiusdem cylindri DH, ad solidum DBCZH℞. Si vero detur ratio ex hypothesi, cylindri DH, ad solidum DBCZH℞; ergo dabitur quoque ratio eiusdem





iusdem cylindri ad solidum ABC. Sed etiam datur ratio cylindri EC, ad cylindrum DH. Ergo quoque ex æquali, dabitur ratio cylindri EC, ad solidum ABC. Ergo in omnibus patuit propositio.

PROPOSITIO XXXIX.

Datis ijsdem, quæ in antecedenti propositione in primo schemate, datur centrum æquilibrij figuræ in linea, quæ est radius rotationis.

SEd dentur eadem, quæ supra in primo schemate. Dico dari in DC, quæ est radius rotationis, centrum æquilibrij semifiguræ DBC. Cum enim ex anteced. proposit. datis ijs, detur etiam ratio cylindri ad alterum solidorum. Ergo dabitur etiam ratio solidorum ad inuicem; nempe dabitur ratio solidi ABC, ad solidum DBCHV. Sed ex proposit. 4. lib. 3. solidum ad solidum est vt pars DC, terminata à D, & à centro æquilibrij figuræ DBC, ad reliquam partem DC. Quare patet propositum.

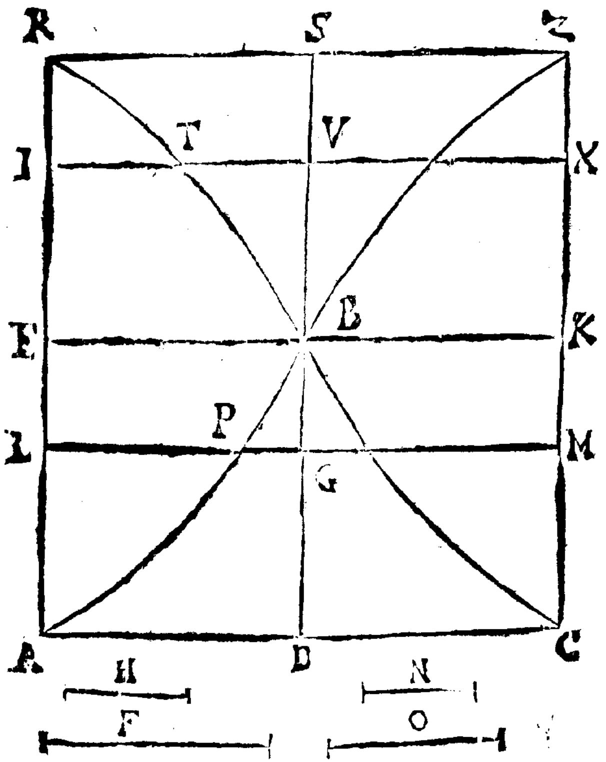
PROPOSITIO XL.

In secundo schemate datis ijsdem, & data ratione annuli lati ex semifigura ad annulum strictum eiusdem, dabitur prædictum centrum.

SEd in secundo schemate, vltra data in antecedenti, detur etiam ratio annuli lati DBCZH℞, ad annulum strictum ex eadem DBC, reuoluta circa FC. Dico dari eius centrum æquilibrij in DC. Nam eodem modo patebit, dari rationem solidi ABC, ad solidum DBCZH℞. Sed etiam datur ratio ex hypothesi, DBCZH℞, ad annulum strictum ex DBC, circa CF. Ergo ex æquali, dabitur ratio ABC, solidi ad prædictum annulum strictum. Quare ex cit. proposit. 3. dabitur quoque in DC, centrum æquilibrij quæsitum. Quod &c.

SCHOLIVM.

Ex ~~his tribus~~ propositionibus possumus needum ex sola quadratura infinitarum parabolarum inuenire rationem cylindrorum circumscriptorum, ad infinitos fusos parabolicos; sed etiam centrum grauitatis infinitarum parabolarum. Nam cum in proposit. 4. lib. 4. & in scholijs eiusdem, ostensum sit in schemate illius proposit. data qualibet semiparabola RBE, cuius basis RE, diameter BE, quæ reuoluatur cum sibi circumscripto parallelogrammo RB, circa BS: cylindrum RK, esse ad solidum ERBZk, vt parallelogrammum RB, ad semiparabolam ERB, cuius basis ER, diameter EB, quæ sit gradus dupli, gradus semiparabolæ reuolutæ circa SB; patet ex data quadratura infinitarum parabolarum, dari rationem cylindri RK, ad annulum ERBZk. Data hac ratione, dabitur etiam ex proposit. anteced. ratio cylindri Rk, vel ei æqualis orticex RB, circa RE, ad solidum ex ERB, circa RE,



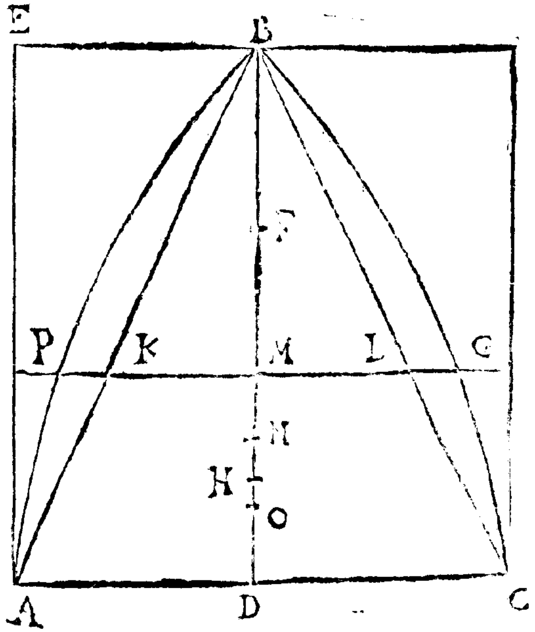
R E; nempe ad ſemifuſum parabolicum. His datis dabitur etiam ratio illorum ſolidorum ad inuicem; & conſequenter centrum æquilibrij ſemiparabolæ ERB, in EB; & conſequenter centrum grauitatis parabolæ RBA, in diametro BE.

Sed hic notetur, parabolas inſeruientes inuentioni centri grauitatis infinitarum parabolarum, non eſſe omnes, ſed illas dumtaxat, quarum exponentes ſunt numeri pares; quia hæ dumtaxat inſeruiunt inuentioni

uentioni rationis infinitorum cylindrorum R K, ad infinitos annulos ERBZk, vt luculenter explicatum fuit in admirabili ſcholio 4. citat. propoſit. 4. lib. 4.

Inſuper cum in varijs propoſitionibus lib. prim. aſſignata fuerit ratio, quam habet quælibet pars parallelogrammi AS, ad quamlibet partem parabolæ RBA, quam pars parallelogrammi includit,& cum in cit. propoſit. 4. lib. 4. & in eiuſdem ſcholijs, aſſignata fuerit ratio ex illa ſimplici analogia, quam habet quælibet pars cylindri RC, ad quamlibet partem annuli ARBZC; v.g. oſtenſa ſit ratio, quam habet cylindrus IK, ad partem annuli ex EITB, circa VB; patet ex propoſit. antecedentibus, necdum dari rationem cuiuslibet partis cylindri RC, v.g. Ik, vel ei æqualis ex IB, circa IE, ad partem fuſi ex ITBE, circa IE: ſed etiam dari in BE, vel in VI, centrum æquilibrij ſegmenti ITBE, vel grauitatis duplicati ſegmenti ad partes BE, vel IV.

In propoſit. autem 3. lib. 4. patuit cylindrum EC, eſſe ad quodlibet conoides parabolicum ABC, cuius exponens ſit numerus par, vt parallelogrammum EC, ad parabolam ABC, cuius exponens ſit ſubduplus exponentis conoidis. Quare, vt ibidem patuit, infinitæ parabolæ non inſeruierunt inuentioni rationi infinitorum cylindrorum ad infinita conoidea, ſed tantum ad ea, quorum exponentes ſunt numeri pares. Eliciemus ergo ex antecedentibus



bus propositionibus, inseruire infinitas parabolas inuentioni rationi cylindrorum E C, vel eis æqualium factorum ex E D, circa E A, ad annulos ex A B D, circa A E, quorum exponentes sint numeri pares. Pariter eliciemus nos ex his habere centrum æquilibrij in basi A D, semiparabolarum A B D, quarum exponentes sunt numeri pares, & non omnium.

Patet ergo ex dictis, aliquod admirabile, & non minus eo, quod expositum fuit in prædicto schol. 4. proposit. 4. lib. 4. Hoc autem est. quod infinitæ parabolæ inseruiunt tam inuentioni centri grauitatis infinitarum

finitarum parabolarum in diametro, quam inuentioni centri æquilibrij infinitarum semiparabolarum in basi. At inuenimus centra grauitatis infinitarum parabolarum in diametrò non adhibendo infinitas parabolas, sed illas tantum, quarum exponentes sunt numeri pares. E contra verò adhibendo infinitas parabolas, non inuenimus centra æquilibrij in basi infinitarum semiparabolarum, sed illarum tantum, quarum exponentes sunt numeri pares.

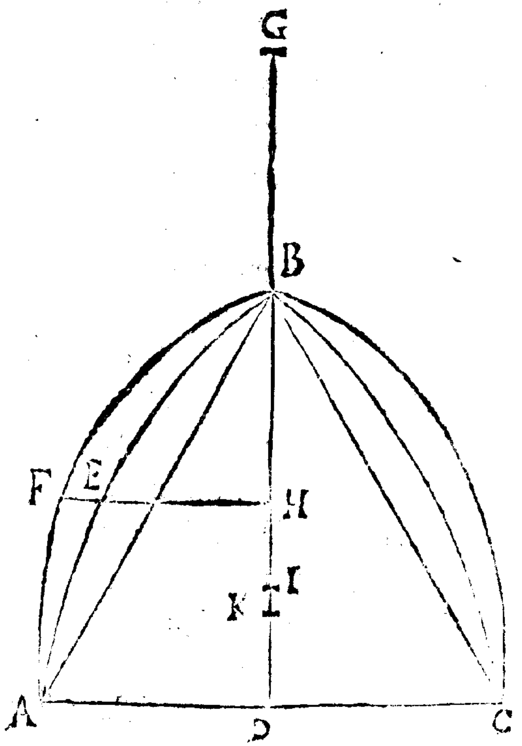
Ex cit. autem proposit. 3. lib. 4. & ex schol eiusdem, possumus ex proposit. anteced. elicere rationem, quam habet cylindrus ex AM, circa E A, ad partem annuli ex APMD, circa E A, cuius exponens sit numerus par. Et insuper centrum æquilibrij in AD, segmenti APMD, semiparabolæ A B D, cuius exponens itidem sit numerus par. Hæc autem facile patent ex dictis.

Quot igitur solidorum manifestata sint centra grauitatis, potuit lector ex dictis cognoscere. Sed nolumus sub silentio relinquere aliqua, quæ nobis scitu digna videntur.

PROPOSITIO XLI.

Si super eadem basi, & circa eandem diametrum sint semihyperbola, & semiparabola. Tota semihyperbola cadet intra semiparabolam.

Sint semihyperbola AEBD, & semiparabola AFBD, quarum eadem basis AD, eadem-



que diameter BD. Dico totam semihyperbolam cadere intra semiparabolam. Sit GB, latus transuersum hyperbolæ, & accepto in BD, arbitrariè puncto H, ordinatim applicetur HEF. Quoniam enim in hyperbola est ex primo conic. proposit. 21. vt quadratum EH, ad quadratum AD, sic rectangulum GHB, ad rectangulum GDB: & in parabola est ex proposit. 20. eiusdem lib. quadratum AD, ad quadratum FH, vt DB, ad BH; nempe vt rectangulum GDB, ad rectangulum

sub

sub GD, in BH: ergo ex æquali, erit quadratum EH, ad quadratum FH, vt rectangulum GHB, ad rectangulum sub GD, in BH. Sed rectangulum GHB, minus est rectangulo sub GD, in BH. Ergo & quadratum EH, minus erit quadrato FH. Ergo & EH, minor erit FH. Punctum autem H, sumptum fuit arbitrariè. Ergo omnes lineæ hyperbolæ minores erunt singulis lineis parabolæ. Patet ergo propositum.

SCHOLIVM.

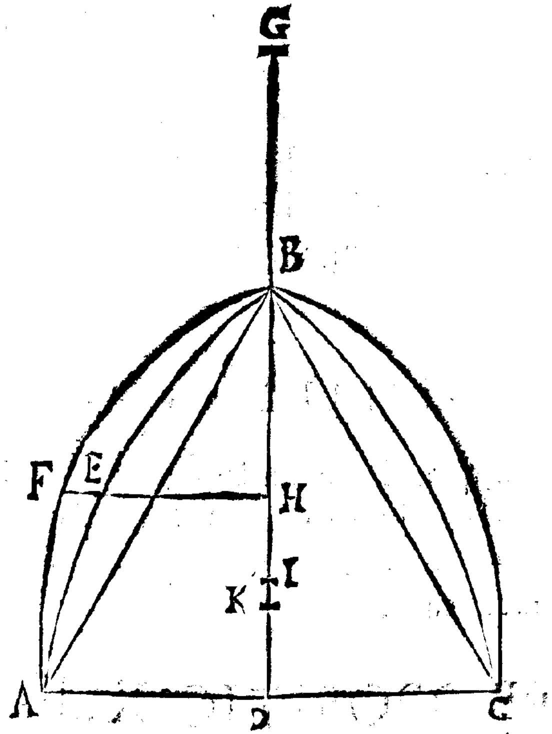
Patet ergo, quod si ex prędictis figuris intelligantur genita conoidea hyperbolicum AEBC, & parabolicum AFBC, conoides hyperbolicum cadet intra parabolicum.

PROPOSITIO XLII.

Differentiæ supradictorum conoideorum centrum grauitatis est medium punctum diametri.

Sint ergo vt in proposit. anteced. conoidea hyperbolicum AEBC, & parabolicum AFBC. Dico centrum grauitatis excessus conoidis parabolici supra conoides hyperbolicum esse in medio BD. In conoidibus inscribatur conus ABC. Cum ergo ex schol. proposit. 4. sit in medio BD, centrum grauitatis tam totius, nempe excessus conoidis pa-

V 2 raboli-



rabolici supra conum A B C, quam partis; nempe excessus conoidis hyperbolici supra eundem conum. Ergo & reliquæ partis, nempe excessus conoidis parabolici supra conoides hyperbolicum erit centrum grauitatis in medio B D. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed cum in præsenti occurrerit modus alius compendiosus assignandi centrum grauitatis conoidis hyperbolici diuersus ab illis, quos tradidimus supra in proposit. 13. & 14. nolumus ipsum omittere, sed præmittenda est sequens propositio eius manifestationi.

PROPOSITIO XLIII.

Differentia supradictorum conoideorum, est ad conoides hyperbolicum vt sexta pars diametri ad tertiam partem eiusdem, vna cum dimidio lateris transuersi.

IN schemate superiori. Dico excessum conoidis parabolici A F B C, supra conoides hyperbolicum A E B C, esse vt sexta pars D B, ad tertiam partem D B, cum dimidio G B. Quoniam enim vt elicitur ex proposit. 15 lib 2. conoides parabolicum est sesquialterum coni A B C; ergo erit ad ipsum vt G D, ad duo tertia G D; nempe vt dimidium G D, ad tertiam partem G D. Rursum cum ex proposit. 5. 7. & 11. sit cylindrus conoidi hyperbolico circumscriptus, ad ipsum, vt G D, ad dimidiam G B, cum tertia parte D B; erit conus A B C, tertia pars cylindri, ad conoides hyperbolicum, vt tertia pars G D, ad dimidiam G B cum tertia parte D B Quare ex æquali, erit conoides parabolicum ad conoides hyperbolicum vt dimidium G D, ad dimidium G B, cum tertia parte B D Ergo & diuidendo, erit differentia conoideorum ad conoides

des hyperbolicum vt ſexta pars DB, ad dimidium GB, cum tertia parte DB. Quod &c.

PROPOSITIO XLIV.

Centrum grauitatis conoidis hyperbolici ſic diuidit ipſius diametrum vt pars ad verticem ſit ad reliquam, vt latus tranſuerſum cum ſubſeſquitertia diametri, ad dimidium lateris tranſuerſi cum quarta parte diametri.

ESto in ſchemate antecedenti conoides hyperbolicum AEBC, cuius diameter DB, latus tranſuerſum GB, & ſit k, eius centrum grauitatis. Dico BK, ad kD, eſſe vt GB, cum ſubſeſquitertia BD, ad dimidiam GB, cum quarta parte DB. Eſto conoides parabolicum AFBC; & ſit H, medium punctum BD, adeo vt ſicuti elicitur ex propoſ. 42. ſit centrum grauitatis differentiæ conoideorum: pariter BI, ſit dupla ID, adeo vt ſit I, ex propoſit. 14. lib 4. centrum grauitatis conoidis parabolici. Si ergo fiat HI, ad Ik, vt dimidium GB, cum tertia parte BD, ad ſextam partem BD; nempe ex propoſit. anteced. reciprocè vt conoides hyperbolicum ad exceſſum conoidis parabolici ſupra ipſum, erit k, centrum conoidis hyperbolici. Tunc argumentetur ſic. Quoniam BI, quadrupla eſt IH, ergo BI, erit ad Ik, vt dupla GB, vna cum ſeſquitertia BD, ad ſextam partem BD. Et componendo erit BK, ad kI, vt dupla GB, vna cum ſeſquitertia BD, & cum ſexta parte eiuſdem, ad ſextam partem eiuſdem. Cum autem DI, ſit dupla IH, erit kI, ad ID, vt ſexta pars BD, ad GB, cum duabus tertijs partibus BD. Et diuidendo, erit Ik, ad kD, vt ſexta pars BD, ad GB, cum dimidia BD. Quare ex æquali, erit Bk, ad kD, vt dupla GB, cum ſeſquitertia BD, & cum ſexta parte eiuſdem, ad GB, cum dimidia BD. Et vt horum terminorum dimidia. Ergo Bk, erit ad kD, vt GB, cum ſubſeſquitertia DB, ad dimidiam GB, cum quarta parte BD. Quod &c.

SCHOLIVM.

In noſtro libello 60. problematum geometricorum oſtendimus in propoſit. 53. quandam proprietatem communem conoidibus parabolico, & hyperbolico, portionibus ſphæræ, & ſphæroidis, & etiam cono. Alia proprietas communis omnibus prædictis ſolidis reperitur circa illorum grauitatis centrum. Hanc in ſequentibus patefaciemus, ſed prius oſtendemus aliqua, quæ vtique non videntur turpiora, & ſunt præmitenda.

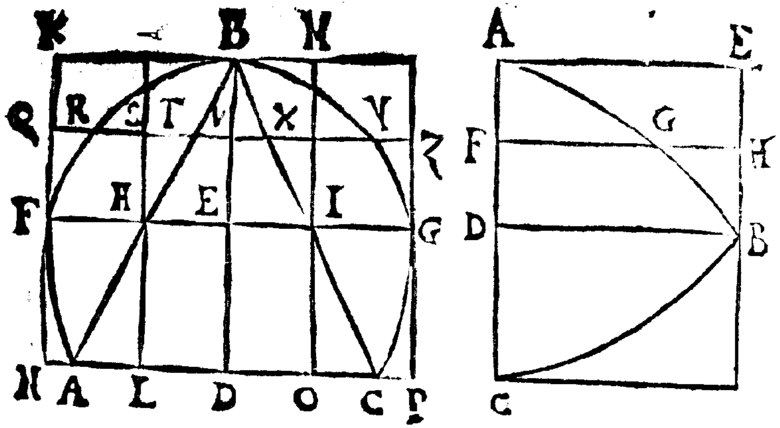
PROPOSITIO XLV.

Si in qualibet ſphæræ, portione inſcribatur conus, quæ portio cum cono ſecetur plano baſi parallelo ſecante axim bifariam, & intelligatur tubus cylindricus circa eundem

axim

axim cum portione, cuius basis sit armilla excessus circuli facti in portione, supra circulum factum in cono à plano secante. Hic erit ad excessum portionis supra conum tam secundum totum, quam secundum partes proportionales, vt parallelogrammum circumscriptum parabolæ quadraticæ ad ipsam; dummodo hæc secetur secundum diametro parallelas.

SIt ABC, quælibet portio sphæræ, in qua intelligatur inscriptus conus ABC, sectoque axi BD, bifariam in E, ducatur per E, planum FEG, plano ADC, parallelum, faciens in cono circulum HEI; intelligamus tubum cylindricum kLMP, circa eundem axim BD, cuius basis armilla NLP, æqualis armillæ FHG: pariter in secunda figura intelligamus parabolam quadraticam ABC, cuius axis BD, basis vero AC, sit æqualis axi BD, portionis, & ei sit circumscriptum parallelogrammum. Dico tubum cylindricum kLMC, esse ad excessum portionis ABC, supra conum ABC, vt parallelogrammum EC, ad parabolam ABC. Sumatur in BD, axi portionis arbitrariè punctum V, per quod traiciatur planum QZ, plano AC, parallelum secans omnia solida vt in schemate; & pariter in parabola facta AF, æquali BV, per F, ducatur FGH, parallela DB. Quoniam enim rectangulum DEB, est ad rectangulum DVB, vt rectangulum AHB, ad rectangulum ATB, quia proportiones horum rectangulorum componuntur ex iisdem



dem proportionibus; & rectangulis in circulo AHB, ATB, sunt æqualia rectangula FHG, RTY; ergo vt rectangulum DEB, ad rectangulum DVB, sic rectangulum FHG, seù QSZ, ad rectangulum RTY. Sed vt rectangulum QSZ, ad rectangulum RTY, sic armilla circularis QSZ, ad armillam circularem RTY. Ergo vt armilla ad armillam, sic rectangulum DEB, ad rectangulum DVB. Sed vt rectangulum DEB, in portione ad rectangulum DVB, sic rectangulum CDA, in parabola ad rectangulum CFA; & vt rectangulum CDA, ad rectangulum CFA, sic DB, seù FH, ad FG, ex schol. proposit. 22. lib. prim. Ergo vt armilla circularis QSZ, ad armillam circularem RTY, sic HF, ad FG. Cum vero puncta V, F, sumpta sint arbitrariè; ergo concludemus omnes armillas circulares tubi parallelas armillæ NLP, esse ad omnes armillas circulares excessus portionis supra conum, parallelas eidem armillæ NLP, vt omnes lineæ parallelogrammi CE, parallelæ DB, ad omnes lineas parabolæ itidem parallelas DB. Quare etiam tubus ad excessum, erit vt parallelogrammum ad parabolam.

Hoc autem quod probatum fuit de totis, patet eodem modo probari posse de partibus proportionalibus. V. g. eodem modo probare poterimus, partem tubi KZ, esse ad partem excessus inter plana kM, QZ, contentam, vt parallelogrammum AH, ad portionem AGF. Quare patet propositum.

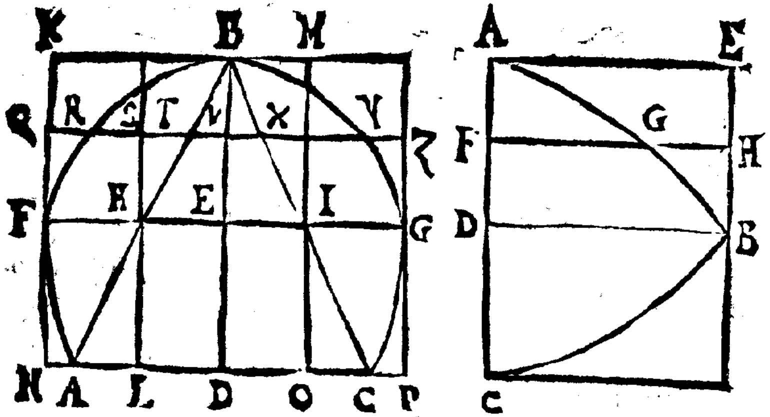
SCHOLIVM I.

Cum ergo ex schol. prim. proposit. 1. lib. prim. sit parallelogrammum EC, sesquialterum parabolæ, etiam tubus erit sesquialter prædicti excessus. Imo ex propositionibus varijs eiusdem lib. prim. habebimus varias rationes partium tubi contentarum inter plana plano AC, parallela. Quæ autem hæ sint relinquimus lectori considerare ex illis propositionibus, in quibus assignantur rationes variarum partium parallelogrammi CE, ad varia segmenta parabolæ.

SCHOLIVM II.

Ad modum ergo persæpe rememoratorum, possumus deducere, excessum portionis ABC, supra suum

suum



suum conum, & parabolam esse quantitates proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in grauitate, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Vnde quantum ad magnitudinem, patet illum excessum secari à plano FG, bifariam, sicuti etiam parabola secatur bifariam à diametro, sed sic bifariam, vt partes supra, & infra planum FG, sint semper similes, & æquales tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Quantum vero ad grauitatem, patet in primis centrum grauitatis prædicti excessus esse in medio BD, sicuti in medio AC, basis parabolæ, est centrum æquilibrij parabolæ. Insuper patet, dimidij excessus superioris centrum grauitatis sic secare BE, vt pars ad B, sit ad partem ad E, vt 5, ad 3; quod habetur ex schol. 2. proposit. 2. lib. 3. In eadem ratione secatur DE, à centro grauitatis partis inferioris, adeo vt pars ad D, terminata, sit ad partem terminatam ad E, vt 5, ad 3. Patet etiam ex dictis in varijs propositionibus lib. 3. qualiter possimus habere centrum grauitatis variorum segmentorum dicti excessus, sicuti habemus centrum æquilibrij in basi AC, variorum segmentorum parabolæ.

Sed duo etiam adnotentur. Primum est, magnitudinibus in schol 3. propos. 26. ostensis proportionaliter analogis, associari etiam excessum prædictum supra conum. Alterum est, quod quæ dicta sunt de excessu portionis sphæræ supra suum conum, intelligenda etiam sunt de excessu portionis sphæroidis supra suum conum. Quia in lib. 4. de infinit. parabolis, probata est perpetua analogia reperta inter proportionales partes sphæræ, & sphæroidis.

PROPOSITIO XLVI.

Si in quolibet conoide hyperbolico, & parabolico quadratico; item in qualibet sphæræ, vel sphæroidis portione inscribatur conus. Centrum grauitatis excessus prædictorum solidorum supra suos conos erit in medio puncto diametri ipsorum.

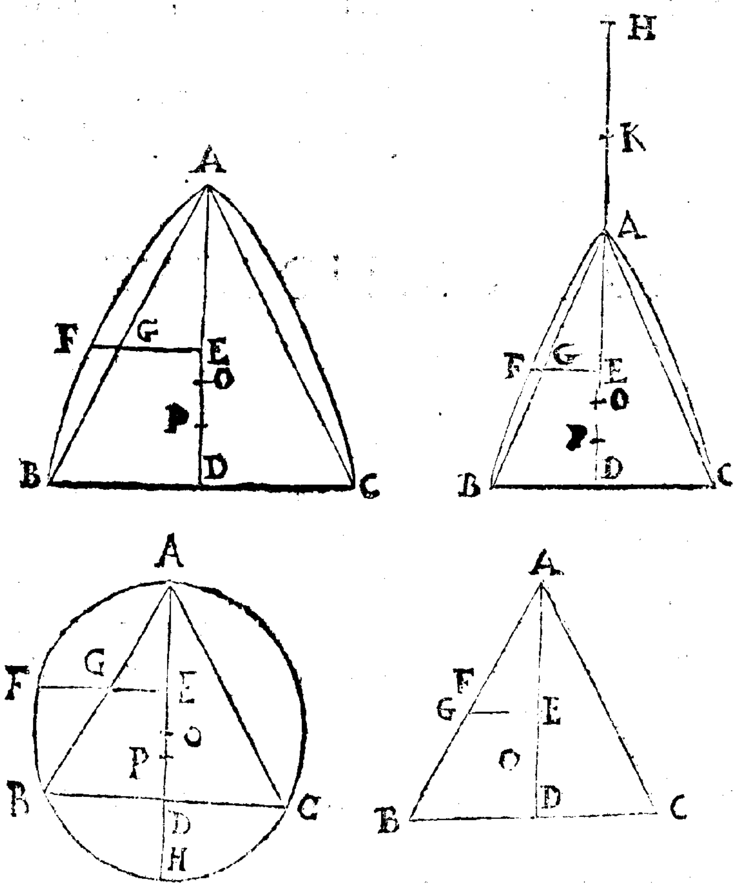
SIt conoides parabolicum quadraticum, vt in prima figura in schem. sequent. BAC, vel hyperbolicum vt in secunda; vel quælibet portio sphæræ, vel sphæroidis vt in tertia, & in istis solidis intelligantur inscripti coni BAC. Dico centrum grauitatis excessuum prædictorum solidorum supra conos

conos esse in E, diuidente bifariam AD. De excessu conoideorum supra conos, patuit in scholio proposit. 6. De excessu portionis sphæræ, vel sphæroidis patuit in anteced proposit. Quare quoad omnia patet propositum.

PROPOSITIO XLVII.

Si in solidis antecedentis propositionis inscribantur coni vt dictum est, & sectis diametris ipsorum bifariam ordinatim applicentur lineæ, secantes latus conorum inscriptorum. Diametri prædictorum solidorum, & etiam coni, sic secabuntur ab ipsorum centris grauitatis, vt partes terminatæ ad verticem sint ad partes terminatas ad basim vt quadratum ordinatim applicatæ, vna cum duobus quadratis ductæ in conis, ad quadratum ordinatim applicatæ.

SInt ergo solida vt in antecedenti propositione, & insuper etiam conus, vt in quarta figura BAC, quorum diametri AD, sint sectæ bifariam in E, & ordinatim applicentur EGF; sitque horum centrum grauitatis punctum O. Dico AO, esse ad OD, vt quadratum FE, cum duobus quadratis GE, ad quadratum FE. In cono res est manifesta, quia sicuti AO, est tripla OD, sic tria quadrata GE, sunt tripla vnius quadrati GE. In alijs sic patebit. Fiat DP, quarta pars DA. Ergo P, erit centrum grauitatis conorum. Cum ergo ex proposit.



posit. antecced. sit etiam P, centrum grauitatis excessus solidorum supra conos, & ex supposito, sit O, centrum grauitatis solidorum; ergo erit reciproce vt PO, ad OE, sic excessus solidorum supra conos ad ipsos conos. Et componendo, vt PE, ad

ad OE, sic solida ad ipsos conos. Sed ex proposit. 53. lib. nostri sexaginta problematum geometricorum, solida sunt ad conos vt quadrata FE, EG, ad duplum quadratum EG. Ergo & PE, erit ad EO, vt quadrata FE, EG, ad duplum quadratum EG. Et antecedentium dupla. Ergo vt DE, ad EO, sic duo quadrata FE, cum duobus quadratis EG, ad duo quadrata EG. Ergo & per conuersionem rationis vt ED, ad DO, sic duo quadrata FE, cum duobus quadratis EG, ad duo quadrata FE; nempe sic dimidium ad dimidium, scilicet sic quadrata FE, EG, ad quadratum FE. Et vt antecedentium dupla. Ergo vt AD, ad DO, sic duo quadrata FE, cum duobus quadratis GE, ad quadratum FE. Et diuidendo vt AO, ad OD, sic quadratum FE, cum duobus quadratis GE, ad quadratum FE. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM.

Cum ergo in progressu demonstrationis probatum sit, esse DE, ad EO, vt duo quadrata FE, cum duobus quadratis GE, ad duo quadrata GE; nempe vt quadrata FE, EG, ad quadratum EG; ergo etiam diuidendo, erit DO, ad OE, vt quadratum FE, ad quadratum GE. Quod etiam patet verificari in cono. Sed ex hac propositione, & ex analogia, quæ reperitur inter parabolam quadraticam, & sphæram, potest colligi quædam propositio

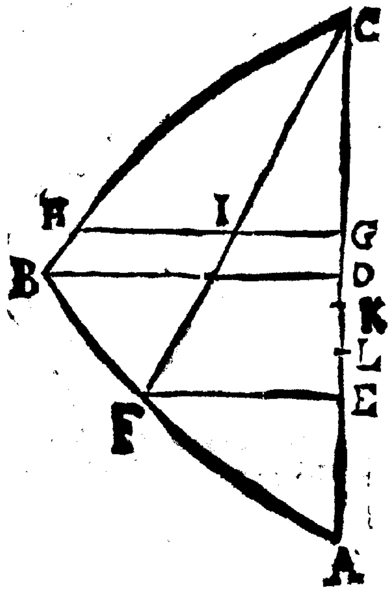
positio vniuersalis in qualibet portione parabolæ quadraticæ.

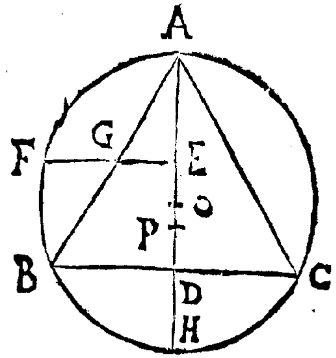
PROPOSITIO XLVIII.

Si in quacunque portione parabolæ quadraticæ resectæ linea diametro parallela inscribatur triangulum, & basis portionis parabolæ secetur bifariam, & per punctum bissectionis ducatur parallela diametro. Centrum æquilibrij secundum basim prædictæ portionis sic secabit basim, vt pars ad curuam terminata sit ad reliquam, vt parallela diametro ducta à puncto bissectionis, vna cum intercepta inter punctum bissectionis, & latus trianguli, ad prædictam parallelam diametro.

ESto parabola ABC, quadratica, cuius basis AC, diameter BD, & sit quælibet eius portio EFBC, resecta FE, diametro BD, parallela, & in portione sit inscriptum triangulum CFE; sitque CE, secta bifariam in G, & per G, ducatur GIH, parallela diametro, sitque K, centrum æquilibrij in basi portionis EFBC. Dico Ck, esse ad kE, vt HG, cum GI, ad HI. In tertia figura schematis anteced. propos. intelligatur portio sphæræ, vel sphæroidis BAC, proportionalis EFBC, portioni parabolæ, & intelligantur in ea omnia, quæ supra. Ergo CK, erit ad kE, in portione parabolæ, vt AO, ad OD, in portione sphæræ; nempe ex proposit. anteced. vt duplum quadratum GE, cum

cum





cum quadrato FE, ad quadratum FE. Sed cum GE, sit dimidia BD, eius quadratum erit quarta pars quadrati BD; & duo quadrata GE, erunt dimidium quadrati BD. Ergo AO, ad OD, & Ck, ad kE, in portione parabolæ, erunt vt quadratum FE, cum dimidio quadrati BD, ad quadratum FE; nempe vt dimidium rectanguli HDA, cum rectangulo HEA, ad rectangulum HEA. Sed vt illa plana ad inuicem in portione sphæræ, sic in portione parabolæ quadraticæ dimidium rectanguli AEC, cum rectangulo AGC, ad rectangulum AGC. Ergo & vt Ck, ad kE, sic dimidium rectanguli AEC, cum rectangulo AGC, ad rectangulum

Y gulum

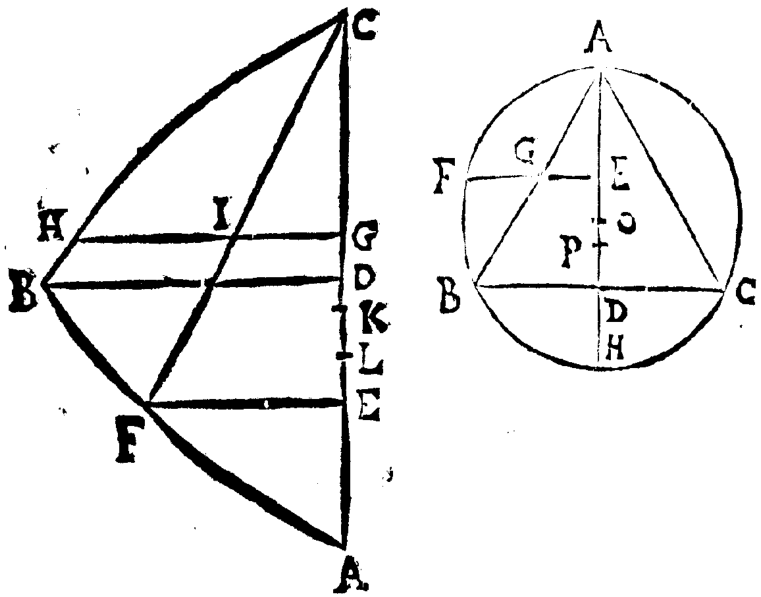
gulum A G C. Sed vt hæc plana ad inuicem sic dimidia F E, nempe G I, cum H G, ad H G. Quare & vt C k, ad K E, sic G I, cum G H, ad G H. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM I.

Sed ex progressu demonstrationis potest etiam facile probari esse C k, ad k E, vt A E, cum A G, ad A G. Nam cum probatum sit esse C k, ad k E, vt dimidium rectanguli A E C (~~nempe vt~~ rectangulum A E, G C) simul cum rectangulo A G C, ad rectangulum A G C. Patet hæc rectangula ob commune latus C G, esse vt A E, A G, ad A G. Quare & sic C k, ad k E.

Eliciet ergo lector facile, esse E k, ad k G, vt H G, ad dimidiam G I; vel vt G A, ad dimidiam A E. Ex quibus etiam patebit in portione B A C, sphæræ, vel sphæroidis esse A O, ad O D, vt D H, H E, ad H E. Et D O, esse ad O E, vt E H, ad dimidiam H D.

Sed hæc, quæ probata fuerunt ex analogia reperta inter portiones parabolæ, & sphæræ, possunt absolutè probari ex proprijs ipsius parabolæ. Nam cum F B C, sit verè parabola ex prim. conic. proposit. 47. cuius diameter H I, erit in G, centrum æquilibrij parabolæ F B C, appensæ secundum C E. Fiat C L, dupla L E. Ergo L, erit centrum æquilibrij trianguli E F C, appensi secundum, C E. Ergo

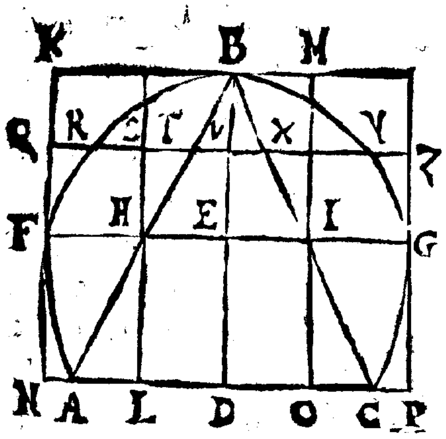


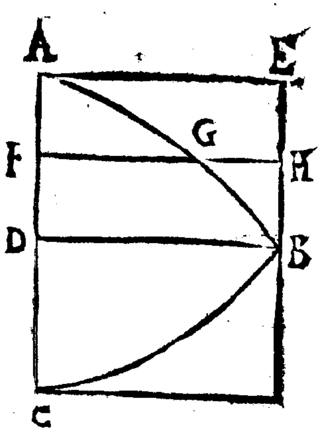
go erit reciprocè vt L k, ad k G, sic F B C, ad triangulum F C E. Et componendo, erit L G, ad G k, vt portio E F B C, ad triangulum E F C. Sed cum ex schol. proposit. 17. lib prim. sit conuertendo, portio ad parallelogrammum duplum trianguli, vt dimidia A E, vna cum sexta parte C E, ad A E; & ad ipsum triangulum, vt idem antecedens ad dimidiam A E. Ergo erit etiam, vt L G, ad G K, sic dimidia A E, cum sexta parte C E, ad dimidiam A E. Ergo & vt antecedentium tripla. Ergo vt E G, tripla L G, ad G k, sic sesquialtera A E, cum dimidia C E, ad dimidiam A E. Et per conuersionem rationis, vt G E, ad E K, sic sesquialteia AE; cum dimidia CE, ad dimidiam CE, cum AE. Et rurſum vt antecedentium dupla. Ergo vt CE, ad EK, ſic CE, cum tripla AE, ad dimidiam CE, cum AE. Ergo & diuidendo, vt dimidia CE, cum dupla AE, ad dimidiam CE, cum AE, ſic CK, ad KE. Sed vt dimidia CE, cum dupla AE, nempe vt GA, cum AE, ad dimidiam CE, cum AE, nempe ad GA, ſic ſumpta communi altitudine CG, rectangulum AGC, cum rectangulo ſub AE, in GC, ad rectangulum AGC: Et vt rectangulum AGC, cum rectangulo AE, GC, ad rectangulum AGC, ſic HG, cum dimidia FE, nempe cum IG, ad HG. Quare & vt CK, ad KE, ſic HG, cum GI, ad HG. Quod erat oſtendendum.

SCHOLIVM II.

Sed cum in ſchol. 2. prop. 45. probatum ſit parabolam quadraticam, ſphæram, & ſphæroides eſſe quantitates proportionaliter analogas cum tribus alijs ſolidis, ſequitur etiam in illis currere ſupra explicatum compendium circa illorum centra grauitatis. Quoniam ergo exceſſus, in ſchemate ſequenti, portionis ABC, ſphæræ, vel ſphæroidis ſupra conum ABC, eſt proportionaliter analogus cum parabola quadratica ABC; ſequitur inquam, quod ſi prius ſecetur plano FEG, deinde plano RVY, ſecante BE, biſariam in V, quod centrum grauitatis partis

ex-





exceſſus ex FBH, reuoluta circa BE, ſic ſecabit BE, vt pars terminata ad B, ſit ad partem terminatam ad E, vel vt rectangulum RTY, cum dimidio rectanguli FHG, ad rectangulum RTY: vel vt rectangulum ATB, cum dimidio rectanguli AHB, ad rectangulum ATB: vel vt rectangulum DVB, cum dimidio rectanguli DEB, ad rectangulum DVB: vel compendioſius, vt ED, DV, ad DV: ſeù, quod idem eſt, vt AH, AT, ad AT. Pariter ſequitur, quod EV, ſic ſecabitur à prædicto centro, vt pars terminata ad E, ſit ad partem terminatam ad V, vt VD, ad dimidiam DE: ſeù vt TA, ad dimidiam AH: ſeù vt rectangulum BVD, ad dimidium rectanguli BED: ſeù vt rectangulum BTA, ad dimidium rectanguli BHA: ſeù tandem vt rectangulum RTY, ad dimidium rectanguli FHG.

Item cum in ſchem. poſito in ſchol. prop. 40. ſuppo-

ſito

sito RBZ, ABC, esse conos, probatũ fit ibidem excessum cylindri RC, supra illos conos esse proportionaliter analogum cum parabola quadratica; sequitur, quod si prædictus excessus secetur plano LPM, deinde supponamus rursum secari plano ITX, secante bifariam SG, in V: sequitur inquam SG, secari à centro grauitatis partis excessus geniti ex reuolutione segmenti LPBTR, in prædictis rationibus.

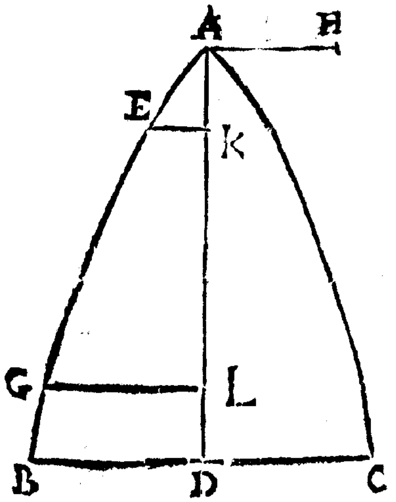
Tandem inspiciatur schema positum in proposit. 26. in quo ex cit. schol. annulus latus ex hyperbola ABC, circa KM, probatus fuit proportionaliter analogus cum parabola quadratica AOC. Si ergo illæ annulus secetur prius vbilibet plano NBV, deinde plano IST, secante bifariam KL, in puncto, in quo ipsam secat: eadem compendia supra exposita colligemus circa centrum grauitatis portionis annuli ex portione hyperbolæ ABN. Hæc enim omnia patent ex dictis, & lector memor prædictorum facile percipiet. Nè ergo ipsi tædium afferamus ad alia transeamus.

Parabola quadratica habet lineam quandam, quæ appellatur parameter, seù latus rectum; cuius natura est, vt quadrata ordinatim applicatarum, æqualia sint rectangulis contentis sub hac, & sub portionibus axis abscissis versus verticem ab ordinatim applicatis. Hanc proprietatem habent quoque aliæ infinitæ parabolæ, sed suo modo: adeo vt in qualibet sit assignabilis quędam linea, vt potestates ordinatim applicatarum parabolæ congruentes, ęquales sint potestatibus factis sub prędictis abscissis ab ordinatim applicatis, & sub potestate talis lineæ vno gradu depressiore potestate parabolę. Sit ergo.

PROPOSITIO XLIX.

Si fiat vt diameter parabolæ ad semibasim, sic huius potestas vno gradu depressior potestate parabolæ ad similem potestatem lineæ inueniendæ. Potestates applicatarum ordinatim in parabola eiusdem gradus cum parabola, æquales erunt factis sub abscissis diametri versus verticem ab ordinatim applicatis, & sub potestate lineæ inuentæ, vno gradu depressiore potestate parabolæ.

Esto quælibet parabola BAC, in qua fiat vt diameter AD, ad semibasim DB, sic potestas huius vno gradu depressior potestate parabolæ, ad similem potestatem AH: v.g. si parabola est quadratica, sic DB, ad AH; si est cubica, sic quadratum DB, ad quadratum AH: si est quadratoquadratica, sic cubus DB, ad cubum AH. Dico, quod si ordinatim applicentur GL, Ek, potestas GL, eiusdem gradus cum parabola ęqualis erit facto sub LA, & sub potestate AH, vno gradu depressiore potestate parabolæ, & sic de cæteris. Quoniam enim vt AD, ad DB, sic potestas DB, vno gradu depressior potestate parabolæ, ad similem potestatem

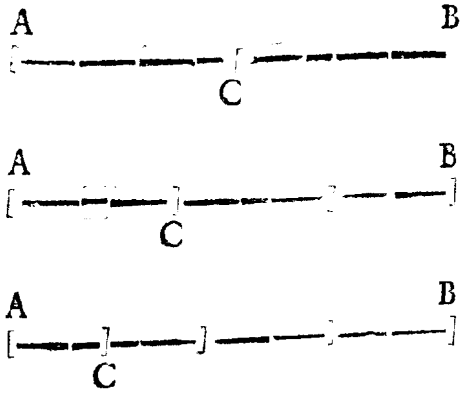


tem A H; ergo factum ſub D A, & ſub prædicta poteſtate A H, erit ęquale poteſtati B D, eiuſdem gradus cum parabola. Cum autem ſic ex geneſi parabolæ, vt poteſtas B D, eiuſdem gradus cum parabola ad ſimilem poteſtatem G L, ſic D A, ad A L. Et vt D A, ad A L, ſic factum ſub D A, & ſub poteſtate A H, vno gradu depreſſiore poteſtate parabolæ, ad factum ſub L A, & ſub prędicta poteſtate A H. Ergo & vt factum ſub D A, & ſub tali poteſtate A H, ad factum ſub L A, & ſub poteſtate A H, ſic poteſtas B D, eiuſdem gradus cum parabola ad ſimilem poteſtatem G L. Ergo & permutando, vt factum ſub D A, & ſub tali poteſtate A H, ad poteſtatem B D, eiuſdem gradus cum parabola, ſic factum ſub L A, & ſub poteſtate A H. ad poteſtatem

ſtatem G L, eiuſdem gradus cum parabola. Cum autem factum ſub D A, & ſub poteſtate A H, oſtenſum fuerit ęquale poteſtati prędictę B D. Ergo & factum ſub L A, & ſub poteſtate A H, erit ęquale poteſtati G L. Idem patebit de reliquis. Quare etiam patebit propoſitum.

SCHOLIVM.

Sed lubet huic tractatui finem imponere infinitarum parabolarum tangentibus, ac maximis inſcriptibilibus, minimiſque circumſcriptilibus infinitis parabolis, infinitis conoidibus, ac ſemifuſis parabolicis. Pro quibus reperiendis nobis neceſſaria eſt doctrina quædam, quę cum ſit nimis prolixa, ex alijs eſt petenda. Euclides in 6. Elementorum libro, propoſit. 27. oſtendit. *Omnium parallelogrammorum ad eandem rectam lineam applicatorum, & deficientium figuris parallelogrammis ſimilibus, & ſimiliter poſitis ei, quæ à dimidia deſcribitur, maximum eſt quod ad dimidiam eſt applicatum, ſimile exiſtens defectui.* Quod Euclides demonſtrauit in planis, Eutocius de ſphæra, & cylind. propoſit. 3. Bonauentura Caualerius, in exercit. 6. propoſit. 28. Ricardus Albius in ſuo hemiſphę. diſſecto. propoſit. 42. extenderunt ſuo modo ad ſolida, patefacientes. *Omnium parallelepipedorum ad eandem rectam lineam applicatorum cubiſque deficientium, maximum eſſe, quod ad tertiam illius partem applicatur.* Hanc denique doctrinam Petrus Paulus Carauaggius Mediolanensis eruditissimus geometra in sua geometria applicationum, ampliauit ad altiores potestates, ostendendo applicationem aliarum potestatum seruare similem ordinem partium ad quas fit applicatio; adeo vt magnitudo ad quam fieri debet applicatio sit secanda in tot partes quota est magnitudo, quæ debet applicari, in ordine graduum; & applicatio sit facienda ad illarum vnicam. V.g. si ad partem datæ AB, sit applicandum parallelogrammum deficiens,&c. hoc est si AB, sit sic secanda in C, vt rectangulum ACB, sit omnium maximum illorum, quæ possunt fieri ex partibus AB; punctum C, sit illud quod bissecat AC.



Si vero sit applicandum parallelepipedum, hoc est si AB, taliter sit secanda in C, vt solidum factum sub AC, in quadratum CB, sit omnium maximum; AC, debet esse tertia pars AB. Si vero sit applicandum planoplanum, adeo vt factum sub AC, in cubum CB, sit omnium maximum. AC; debet esse quarta pars AB. Et sic in infinitum in altioribus potestatibus. Hæc ergo doctrina nobis est necessaria pro imposterum dicendis. Quam etiam lector

ctor

ctor debet supponere, vel in citat. opere Carauaggij inspicere.

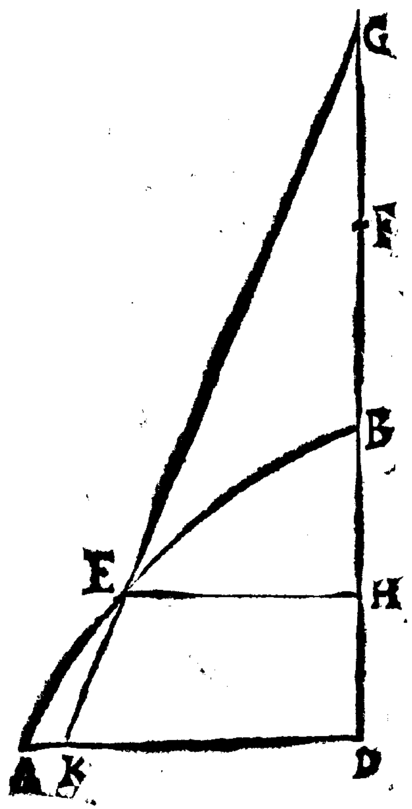
PROPOSITIO L.

Si in qualibet infinitarum parabolarum sumatur aliquod punctum à quo ad diametrum recta linea ordinatim applicetur, diameterque ità producatur vt pars extra parabolam sit ad partem diametri abscissam ab ordinatim applicata versus verticem vt numerus parabolæ vnitate minutus ad vnitatem. Recta linea, quæ ab extremitate inuentæ lineæ ducitur ad illud punctum, quod sumptum fuerat, parabolam continget.

Esto quælibet semiparabola cuius vertex B, diameter BD, & in curua parabolica sumatur quodlibet punctum E, per quod ordinatim applicetur EH, producaturque HB, in G, vt GB, sit ad BH, vt numerus parabolæ vnitate minutus ad vnitatem: v.g si parabola sit quadratica, fiat æqualis BG, ipsi BH: si sit cubica sit GB, dupla BH, & sic in infinitum (supponatur in præsenti parabolam esse cubicam) & iungatur GE. Dico hanc parabolam contingere. Si non, cadat intra; & intelligatur ordinatim applicata AKD. Quoniam AD, maior est DK, ergo quælibet potestas AD, maior erit qualibet potestate KD, eiusdem gradus. Ergo quælibet potestas AD, eiusdem gradus cum parabola ad potestatem EH, eiusdem gradus, habebit

 maio-

maiorem rationem quam similis potestas KD, ad eandem potestatem EH. V. g. maior erit ratio cubi AD, ad cubum EH, quam cubi kD, ad eundem cubum EH. Sed vt potestas AD, ad potestatem EH, sic ex natura parabolæ, DB, ad BH; & vt DB, ad BH, sic factum sub DB, & sub potestate BG, vno gradu inferiori potestate parabolæ, ad factum sub eadem potestate GB, & sub BH. Ergo maior erit ratio facti sub DB, & sub tali potestate BG, ad factum sub HB, & sub eadem potestate BG, ratione potestatis kD, eiusdem gradus cum parabola, ad similem potestatem EH. V. g. maior erit ratio facti sub DB, & sub quadrato BG, ad factum sub HB, & sub quadrato BG, ratione cubi KD, ad cubum EH. Sed vt potestas KD, ad similem potestatem EH, sic similis potestas DG, ad similem potestatem GH. Ergo & factum sub DB, & sub potestate BG, vno gradu depressiori potestate parabolæ, ad simile

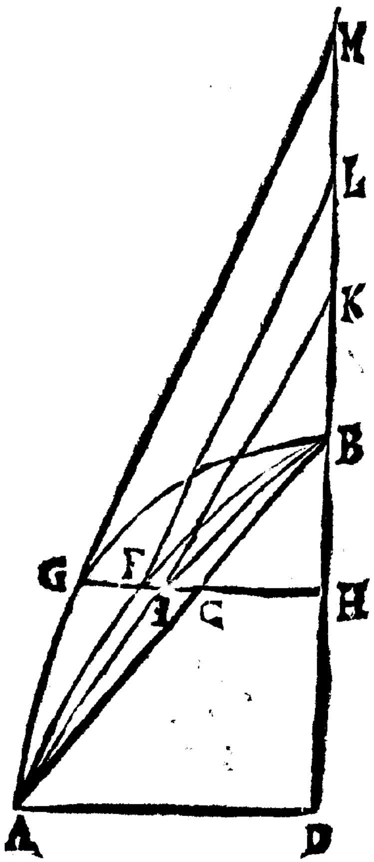


simile factum sub HB, & sub eadem potestate BG, erit in maiori ratione quam potestas DG, eiusdem gradus cum parabola ad similem potestatem GH. Ergo & permutando primum factum ad potestatem DG, erit in maiori ratione quam secundum factum ad potestatem GH. V. g. factum sub DB, in quadratum BG, habebit ad cubum DG, maiorem rationem, quam factum sub HB, & sub quadrato BG, ad cubum HG. Quod implicat, quia factum sub DB, & sub potestate BG, est in minori ratione ad potestatem DG, & non in maiori. Quia ex doctrina scholij anteced. factum sub HB, & sub potestate BG, est omnium maximum homogeneorum sub partibus HG; non sic factum sub DB, & sub potestate BG, est maximum homogeneorum sub partibus DG. V. g. factum sub HB, & sub quadrato BG, est maximum omnium parallelepipedorum applicabilium ad partem HG, non sic est maximum factum sub DB, & sub quadrato BG, applicabilium ad partem DG. Quare patet propositum.

SCHOLIVM.

Ex dictis facile eliciemus, quod si circa diametrum BD, & super eadem basi AD, intelligamus infinitas semiparabolas, & accepto in diametro BD, puncto H, ducatur HCEFG, parallela AD, secans omnes curuas parabolicas, & pariter intelligamus infinitas tangentes KE, LF, MG, &c. eliciemus inquam, triangula infinita CBH, EkH, FLH, GMH,

GMH, &c. esse talis naturæ vt latera HB, HK, HL, HM, &c. sint in continua proportione Arithmetica; bases vero EH, FH, GH, &c. sint maiores omnium mediarum proportionalium reperibilium inter AD, CH. Primum patet, quia HB, Bk, kL, LM, &c. sunt omnes æquales. Secundum patet; quia cum sit vt quadratum AD, ad quadratum EH, sic DB, ad BH, seu AD, ad CH; EH, erit media proportionalis inter AD, CH. Item cum sit vt cubus AD, ad cubum FH, sic DB, ad BH, seu AD, ad CH; erit FH, maior duarum mediarum inter AD, CH. Et sic dicatur de cæteris.



Notetur etiam, quod à supradicta regula inueniendi tangentem non excluditur prima parabola, nempe triangulum. Si enim in triangulo ABD, sit datum punctum C, ad quod debeat duci tangens; ducta CH, imperat regula generalis producendam esse

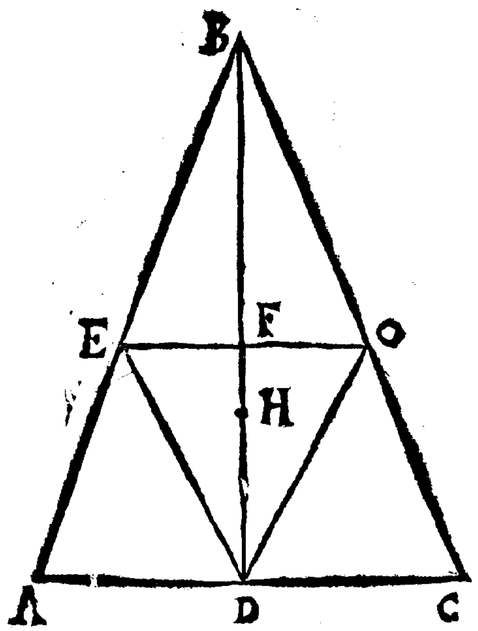
esse HB, vt pars vltra B, sit ad BH, vt numerus parabolæ vnitate minutus, nempe vt nihil, ad vnitatem. Ergo HB, non est producenda, sed à puncto B, ad C, ducenda est linea, quæ vtique quodammodo potest dici tangere triangulum, quia ipsum non secat.

PROPOSITIO LI.

Maximum triangulum inscriptum in quolibet triangulo, est cuius basis bifariam diuidit diametrum circumscripti.

ESto triangulum ABC, cuius diameter BD, quæ secetur in F, bifariam à base EO, trianguli EDO. Dico triangulum EDO, esse maximum omnium inscriptibilium in triangulo ABC. Quoniam enim triangulum ABC, ad triangulum EDO, habet rationem compositam ex ratione AC, ad EO (nempe ex ratione DB, ad BF) & ex ratione BD, ad DF; & hæ duæ rationes componunt rationem quadrati BD, ad rectangulum BFD. Ergo triangulum ABC, erit ad EDO, vt quadratum DB, ad rectangulum BFD. Sed rectangulum BFD, est maximum omnium rectangulorum factibilium ex partibus BD, in puncto diuisæ. Ergo etiam triangulum EDO, erit maximum omnium inscriptibilium intra ABC. Quod &c.

SCHO-



SCHOLIVM.

Notetur obiter centrum grauitatis amborum triangulorum ABC, EDO, esse idem punctum. Sit enim H, centrum grauitatis trianguli ABC. Ergo qualium BD, est 6, & DF, 3, BH, erit 4, DH, 2, & HF, 1. Ergo H, erit etiam centrum grauitatis trianguli EDO.

PROPOSITIO LII.

Maximus conus inscriptibilis in quolibet cono, est cuius diameter est tertia pars circumscripti.

Hæc

Hæc proposit. ostenditur etiam ab Albio in hemisphæ. dissec. proposit. 44. Sed supponamus ABC, EDO, esse conos, & DF, esse tertiam partem DB. Dico conum EDO, esse maximum omnium, &c. Nam, cum conus ABC, ad conum EDO, habeat rationem compositam ex ratione quadrati AD, ad quadratum EF (nempe quadrati DB, ad quadratum BF) & ex ratione DB, ad DF; & cum hæ duæ rationes componant rationem cubi BD, ad factum sub quadrato BF, & sub FD; ergo ABC, erit ad EDO, vt cubus BD, ad factum sub quadrato FB, & sub FD. Cum ergo hoc factum sit maximum omnium homogeneorum ipsi factorum ex partibus BD, in puncto diuisæ. Ergo etiam conus EDO, erit maximus omnium inscriptibilium &c. Quod &c.

SCHOLIVM.

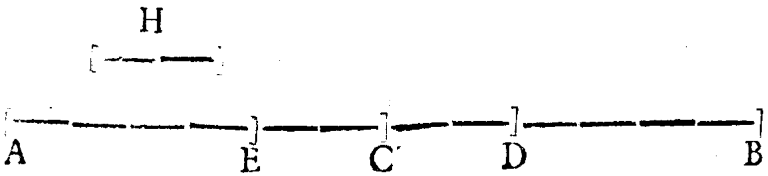
Sed hic etiam obiter notetur centrum grauitatis amborum conorum esse idem punctum. Sit enim rursum H, centrum grauitatis coni ABC. Ergo qualium BD, est 12, DF, 4, & DH, 3, talium HF, est 1. Ergo H, erit centrum grauitatis etiam coni EDO.

Pariter notetur, conum ABC, esse ad conum EDO, vt 27, ad 4. Nam sic est cubus BD, ad factum sub quadrato BF, & sub FD.

PROPOSITIO LIII.

Datam AD, taliter producere in B, vt BD, sit ad excessum DA, supra dimidiam AB, in data proportione.

DAta ratio sit, quam habet AD, ad H, & sic secetur AD, in E, vt sit AE, ad ED, vt H, ad dimidiam AD, & ipsi DE, fiat æqualis DB. Ergo si AB,



diuidatur bifariam in C, punctum C, cadet inter A, D. Sit ergo AB, diuisa bifariam in C. Quoniam AE, est æqualis AB, minus EB, ergo etiam dimidia AE, erit æqualis dimidiæ AB, minus dimidia EB. Sed CB, est dimidia AB, & BD, est dimidia EB; ergo dimidia AE, erit æqualis CB, minus DB; nempe CD. Tunc, quoniam factum fuit vt H, ad dimidiam AD, sic AE, ad ED; ergo & ad consequentium dupla. Ergo vt H, ad AD, sic AE, ad EB. Et conuertendo, vt AD, ad H, sic BE, ad EA. Sed vt BE, ad EA, ita BD, dimidia BE, ad dimidiam AE, nempe ad CD, ei æqualem. Ergo vt AD, ad H, sic BD,

ad

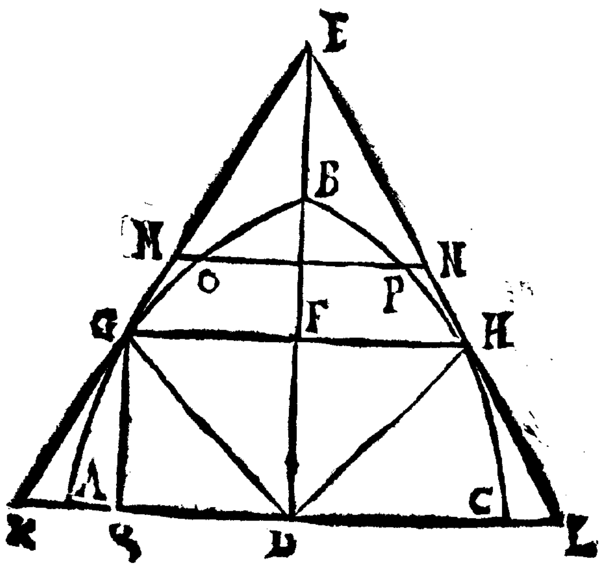
ad DC, excessum DA, supra AC, dimidiam AB. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO LIV.

Si diameter cuiuslibet infinitarum parabolarum sic producatur vt pars exterior producta; sit ad excessum diametri supra dimidiam compositæ ex diametro, & ex producta vt numerus parabolæ vnitate minor, ad vnitatem. Triangulum inscriptum in parabola, cuius basis bisecet illam compositam, erit omnium maximum in ipsa inscriptibilium.

DB, diameter parabolæ cuiuscunque ABC, sic producatur in E, vt EB, sit ad BF, excessum BD, supra DF, medietatem DE, vt numerus parabolæ vnitate minutus, ad vnitatem, & fiat triangulum GDH. Dico hoc esse maximum omnium inscriptibilium in ABC. Ducantur EGK, EHL. Ergo ex proposit. 50. erunt tangentes parabolam, & triangulum KEL, erit parabolæ circumscriptum. Si ergo triangulum GDH, non est maximum parabolæ inscriptum, sit hoc triangulum, cuius basis OP, infra, vel supra GH, quæ producatur vsque ad triangulum in M, & N; & pariter intelligatur triangulum MDN, cuius basis MN. Cum DE, secta sit bifariam in F, ergo triangulum GDH, erit maximum inscriptibilium intra triangulum KEL. Ergo erit maius triangulo cuius basis MN. Ergo

 multo



multo maius triangulo ODP, cuius basis OP. Quare patet propositum.

SCHOLIVM I.

Ab hac regula generali reperiendi triangulum maximum inscriptibilium in parabola non excluditur prima parabola, nempe triangulum. Cum enim iubeat regula sic esse producendam diametrum DB, vt pars extra sit ad excessum BD, supra medietatem compositæ ex BD, & ex producta, vt numerus parabolæ vnitate minutus ad vnitatem; patet in prima parabola, cuius numerus est vnitas, numerum vnitate

tate minutum esse nihil; vnde DB, in triangulo non est producenda; sed supponendo ABC, esse triangulum, BD, est bissecanda, & triangulum GDH, est maximum. Quod sic esse, probatum est supra proposit. 51.

SCHOLIVM II.

Triangulum ergo GDH, maximum inscriptibilium intra parabolam ABC, sic diuidit DB, in F, vt BF, sit ad FD, vt vnitas ad numerum parabolæ. V.g. in triangulo vt 1, ad 1. In parabola quadratica vt 1, ad 2. In cubica vt 1, ad 3. Et sic in infinitum. In triangulo enim, patet ex dictis. In alijs sic patebit. Quum etenim sit EB, ad BF, vt numerus parabolæ vnitate minutus, ad vnitatem; erit componendo, EF, ad FB, vt numerus parabolæ ad vnitatem. Sed FD, est æqualis EF. Quare patet propositum.

PROPOSITIO LV.

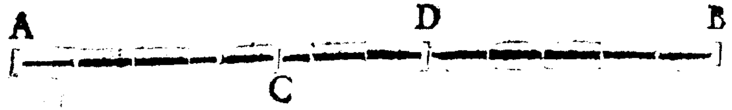
Maximum triangulum inscriptibile in figura constante ex duabus quibuscunque semiparabolis, sic dispositis, vt semibasis euadat diameter, est æquale maximo inscripto in parabola.

Mente intelligamus semiparabolam ABD, duplicari ad partes AD. Dico maximum triangulum

gulum inscriptibile in tali figura, esse æquale triangulo GDH. Hoc ostendetur in semiparabola, quod enim probabitur de dimidia, patebit etiam de tota. Sit ergo GDH, maximum triangulum inscriptibile in parabola, & ducatur GQ, BD, diametro parallela: patet triangulum GQD, esse æquale triangulo GDF; & eius duplum, ipsi GDH. Dico triangulum GQD, esse maximum &c. Etenim, cum ED, sit dupla DF, seù GQ, etiam Dk, erit dupla DQ. Ergo triangulum DQG, erit maximum inscriptibilium intra triangulum kED. Si ergo GQD, non est maximum inscriptibilium etiam in semiparabola, sit aliud, cuius basis producta vsque ad Ek, secet ipsam, & curuam parabolicam infra, vel supra GQ, vt supra dictum est de MN. Ergo triangulum cuius basis secans kE, erit minus triangulo GQD. Ergo triangulum cuius basis pertingens tantum ad curuam parabolicam, erit multo minus triangulo GQD. Quare patet propositum.

PROPOSITIO LVI.

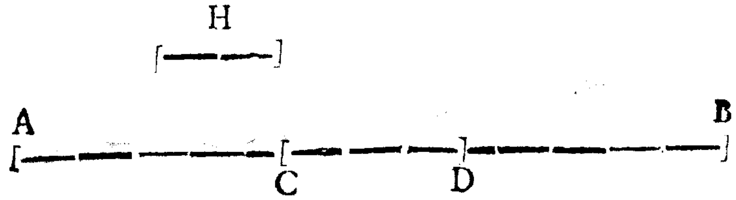
Si AB, sit taliter secta in C, & D, vt AC, sit tertia pars AB. Erit CD, duo tertia AD, minus tertia parte DB.



CVm enim AC, sit tertia pars AB; ergo CB, erit duo tertia AB; nempe duo tertia AD, cum duobus tertijs DB. Ergo CD, erit duo tertia AD, minus tertia parte DB. Quod &c.

PROPOSITIO LVII.

Datam AD, taliter producere in B, vt BD, sit ad excessum DA, supra tertiam partem AB, in data proportione.



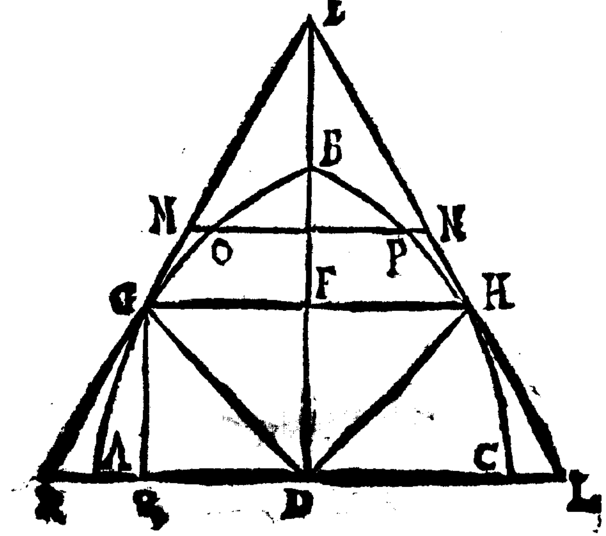
DAta proportio sit, quam habet AD, ad H; & fiat vt tripla H, cum AD, ad AD, ità dupla AD, ad DB. Patet BD, minorem esse dupla AD. Quare si fiat AC, tertia pars AB, punctum C, cadet inter A, D. Sit ergo AC, tertia pars AB.

Quoniam vt tripla H, cum AD, ad AD, sic dupla AD, ad DB; ergo diuidendo vt tripla H, ad AD, ità dupla AD, minus DB, ad DB. Et antecedentium subtripla. Ergo vt H, ad AD, ita duo tertia AD, minus tertia parte DB, ad DB. Sed ex proposit. anteced. CD, est duo tertia AD, minus tertia parte DB. Ergo vt H, ad AD, sic CD, ad DB. Et conuertendo, vt AD, ad H, sic BD, ad DC, excessum DA, supra AC, tertiam partem AB. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO LVIII.

Si diameter cuiuslibet infinitorum conoideorum sic producatur, vt pars exterior producta sit ad excessum diametri supra tertiam partem compositæ ex diametro, & ex producta, vt numerus parabolæ vnitate minutus ad vnitatem. Conus inscriptus in conoide, cuius diameter sit tertia pars illius compositæ, erit maximus omnium inscriptibilium in conoide.

DB, diameter conoidis cuiuscunque ABC, sic producatur in E, vt EB, sit ad BF, excessum BD, supra DF, tertiam partem DE, vt numerus parabolæ vnitate minutus, ad vnitatem; & intelligamus conum GDH, cuius diameter FD. Dico hunc esse omnium maximum inscriptibilium in conoide. Ductis enim tangentibus EGK, EHL, intelligamus conum kEL, circumscriptus conoidi. Et si conns GDH, non est omnium maximus, sit alius cuius basis OP, infrà, vel supra GH, quæ pro-



producatur in MN. Ergo ex proposit. 52. conus MDN, cuius basis MN, erit minor cono GDH. Ergo conus cuius basis OP, erit multo minor cono GDH. Patet ergo propositum.

SCHOLIVM.

Sicuti ergo supra diximus regulam generalem assignatam in parabolis, habere locum etiam in prima parabola, sic nunc animaduertimus præsentem generalem regulam habere locum etiam in primo conoide, nempe in cono. Hoc autem facile quilibet cognoscet.

Sicuti facile agnoſcet DB, taliter ſecari in F, vt BF, ſit ad FD, vt vnitas ad dimidium numeri conoidis. Nempe in cono vt 1, ad dimidium, ſeù vt 2. ad 1. In conoide quadratico, vt 1, ad 1. In cubico vt 1, ad 1, cum dimidio, & ſic in infinitum. In cono res ſupra patuit in propoſit. 52. In alijs conoidibus ſic patebit. Nam cum EB, ſit ad BF, vt numerus conoidis vnitate minutus ad vnitatem, erit componendo, EF, ad FB, vt numerus conoidis ad vnitatem. Cum autem DF, ſit dimidium FE, patet conuertendo, propoſitum.

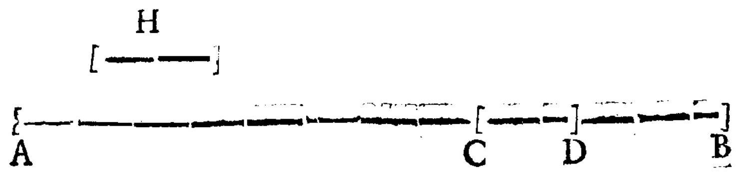
PROPOSITIO LIX.

Si AB, taliter ſecetur in C, & D, vt AC, ſit duo tertia AB. CD, erit tertia pars AD, minus duobus tertijs DB.

CVm enim AC, ſit duo tertia AB, ergo CD, erit tertia pars AB; nempe tertia pars AD, plus tertia parte DB. Quare CD, ſola erit tertia pars AD, minus duobus tertijs DB. Quod &c.

PROPOSITIO LX.

Datam AD, taliter producere in B, vt BD, ſit ad exceſſum DA, ſupra duo tertia AB, in data proportione.



ITidem ratio data ſit quam habet AD, ad H; & fiat vt tripla H, cum dupla AD, ad AD, ita AD, ad DB. Patet BD, minorem eſſe ſubdupla AD; & conſequenter tertia parte totius AB. Quare AD, eſt maior duobus tertijs AB, quę ſit AC. Dico AD, eſſe ſic productam in B, vt BD, ſit ad DC, exceſſum AD, ſupra AC, duo tertia AB, vt AD, ad H. Quoniam enim factum eſt vt tripla H, cum dupla AD, ad AD, ita AD, ad DB; ergo & duabus vicibus diuidendo, erit tripla H, ad AD, vt AD, minus dupla DB, ad DB. Et antecedentium ſubtripla, nempe vt H, ad AD, ita tertia pars AD, minus duobus tertijs BD, ad BD. Et conuertendo, vt AD, ad H, ſic BD, ad tertiam partem AD, minus duobus tertijs DB; nempe ex prop. ant. ad DC. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO LXI.

Si diameter cuiuſcunque parabolæ ſic producatur vt pars exterior producta, ſit ad exceſſum diametri ſupra duo ter-

tia compositæ ex diametro, & ex producta, vt numerus parabolæ vnitate minutus, ad vnitatem. Conus cuius radius basis sit æqualis duobus tertijs prædictæ compositæ, erit maximus omnium inscriptibilium in semifuso ex semiparabola.

DIameter DB, in schem. antec. parabolæ cuiuscunque sic producatur in E, vt EB, sit ad BF, excessum BD, supra DF, duo tertia DE, vt numerus parabolæ vnitate minutus ad vnitatem, & fiat triangulum GQD, vt GQ, sit æqualis FD; intelligamusque semiparabolam ABD, cum triangulo QGD, rotari circa AD. Dico conum ex QGD, esse maximum omnium inscriptibilium in semifuso. Intelligatur tangens EGK, & conus ex triangulo kED, circa kD. Quoniam EF, est tertia pars ED, nempe GE, est tertia pars EK, ergo & QD, erit tertia pars Dk. Ergo conus ex triangulo QGD, erit ex proposit. 52. maximus omnium inscriptibilium in cono ex triangulo kED, reuolutis ambobus circa kD. Si autem conus non sit maximus, sit alius, si est possibile; & deducetur ad absurdum vt factum est prius. Quare ex dictis, patebit propositum.

SCHOLIVM.

Nec etiam in præsenti excluditur à regula generali primus semifusus, nempe conus, vt consideranti patebit.

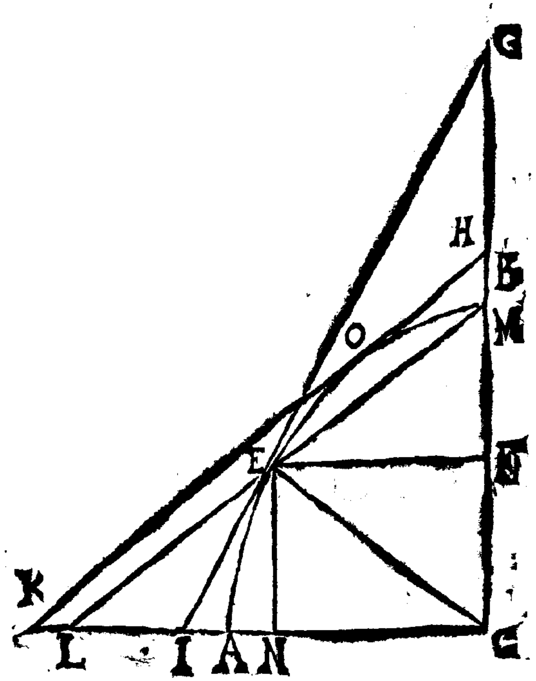
Sed

Sed notetur, in semifusis, BD, secari in F, aliqua continuata serie, nempe sic vt BF, sit ad FD, vt vnitas ad duplum numerum fusi. Nempe in primo vt 1, ad 2. In secundo vt 1, ad 4. In tertio vt 1, ad 6. & sic in infinitum. Quod enim in primo semifuso, nempe in cono sit vt 1, ad 2, patet ex dictis. In alijs sic patebit. Nam cum sit EF, ad FB, componendo, vt numerus parabolæ ad vnitatem; erit conuertendo FB, ad FE, vt vnitas ad numerum parabolæ. Et ad DF, duplam FE, vt vnitas ad duplum numerum parabolæ, seu semifusi.

PROPOSITIO LXII.

Minimum triangulum circumscriptum cuilibet infinitarum parabolarum, est illud cuius latera tangunt basim maximi trianguli in parabola inscripti.

ESto semiparabola quælibet ABC, cuius diameter BC, & in ipsa sit inscriptum maximum triangulum ECF (quod enim dicetur de dimidia intelligetur etiam de tota) sitque ei circumscriptum triangulum GEIC. Dico hoc esse minimum omnium circumscriptibilium semiparabolæ. Si non, sit minimum HOkC, & per punctum E, ducatur LEM, parallela KH. Patet manifestè triangulum LMC, minus esse triangulo kOHC, cum LM, secet, kH, vero tangat parabolam. Quoniam autem ex superioribus, triangulum EFC, est maximum



ximum inſcriptibilium intra triangulum IGC, quia ſupponitur ſecare GC, bifariam in F, ergo non erit maximum inſcriptibilium intra triangulum LMC, quia MC, non ſecabitur bifariam in F. Ergo triangulum EFC, habebit ad triangulum IGC, maiorem rationem, quam ad triangulum LMC. Sed idem triangulum EFC, ad triangulum LMC, habet maiorem rationem quam ad triangulum kHC. Ergo EFC, erit ad IGC, in multo maiori ratione quam ad kHC. Ergo IGC, minus erit kHC.

Non

Non ergo KHC, eſt minimum, ſed IGC. Quod &c.

SCHOLIVM.

Cum autem in propoſit. 54. aſſignatus ſit modus reperiendi triangulum maximum EFC, fuit conſequenter expoſitus etiam modus reperiendi triangulum minimum GIC.

Inſuper notetur, triangulum minimum circumſcriptum parabolæ, æquale eſſe triangulo minimo circumſcripto figuræ conſtante ex duabus ſemiparabolis ſupra expoſitis. Triangulum enim GIC, duplicatum ad partes GC, eſt æquale eidem GIC, duplicato ad partes IC.

PROPOSITIO LXIII.

Conus minimus circumſcriptus cuilibet infinitorum conoideorum vel ſemifuſorum parabolicorum, eſt ille, qui tangit baſim maximi coni in illis ſolidis inſcripti.

Sed ſupponamus conum ex triangulo EFC, eſſe maximum inſcriptibilium intra conoides ex ſemiparabola ABC, circa BC, & conum ex triangulo GIC, tangere baſim coni inſcripti. Dico conum ex triangulo GIC, eſſe minimum circumſcriptibilium conoidi. Si non, ſit minimus ille, qui oritur ex triangulo HkC, & ducta LEM, parallela kH, intelligamus

gamus

gamus conum ex triangulo LMC, qui vtique erit minor cono ex triangulo KHC. Conus ergo ex triangulo EFC, cum sit maximus inscriptus in conoide, erit ex dictis, maximus inscriptus in cono ex triangulo IGC. Non ergo erit maximus inscriptus in cono ex triangulo LMC. Ergo conus ex triangulo EFC, erit ad conum ex triangulo GIC, in maiori ratione quam ad conum ex triangulo LCM. Ergo in multo maiori quam ad conum ex triangulo HkC. Non ergo erit minimus conus ex triangulo kHC, sed ille ex triangulo IGC.

Pariter si conus ex triangulo ENC, sit maximus inscriptus in semifuso ex semiparabola ABC, reuoluta circa AC, conus ex triangulo GIC, circa IC, erit minimus circumscriptus semifuso; quod, vt patet, probabitur eodem modo. Quare patet propositum.

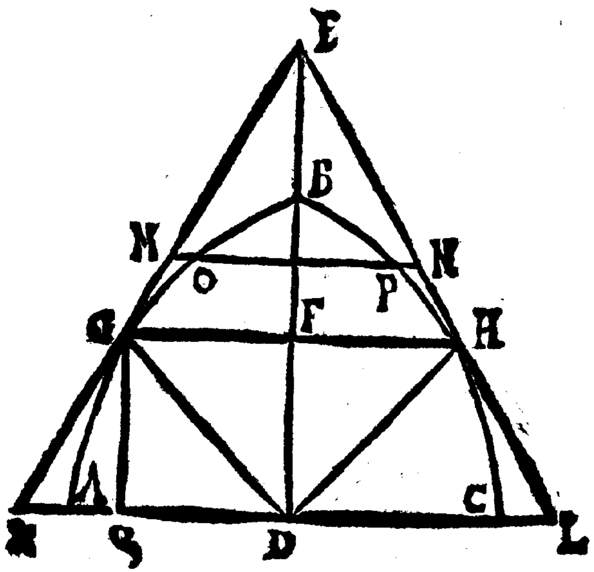
SCHOLIVM.

Cum ergo in propositionibus 58, & 61, assignauerimus conos maximos inscriptos in conoidibus, & in semifusis, pariter explicauimus vnica vice, conos etiam minimos prædictis solidis circumscriptos. Notandum tamen diuersos esse conos minimos his solidis circumscriptos; nam in cono circumscripto conoidi, CF, est tertia pars GC; in cono vero circumscripto semifuso, CF, est duæ tertiæ partes GC. Quæ omnia cum sint manifestissima ex supradictis, ideo circa ipsa nequaquam immoramur. Solum animaduertendum est, quod cum supra in scholijs proposit. 51, & 52, ostensum sit idem esse centrum grauitatis maximi trianguli inscripti in triangulo, & ipsius trianguli; item maximi coni in cono inscripti, & ipsius coni; patet consequenter idem esse centrum grauitatis maximi trianguli inscripti in parabola, & minimi circumscripti; item idem esse centrum grauitatis maximi coni inscripti in quolibet conoide, & in quolibet semifuso parabolico, & minimorum conorum ipsis circumscriptorum.

PROPOSITIO LXIV.

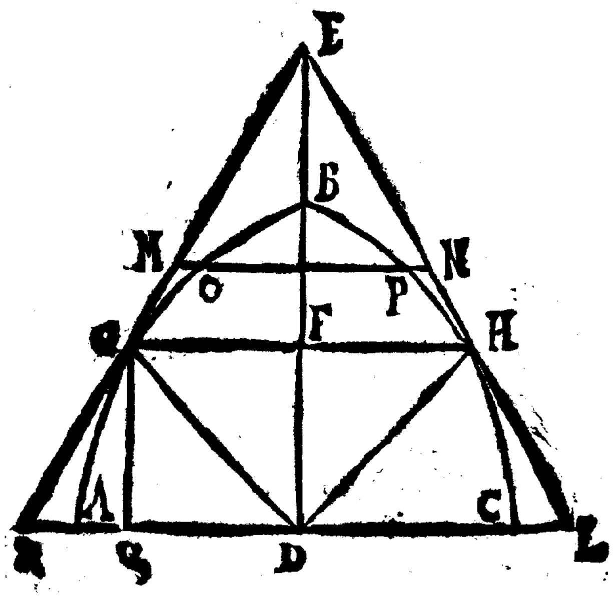
Quælibet parabola est ad maximum triangulum sibi inscriptum, vt pars semibasis parabolæ, quæ se habeat ad semibasim vt binarium ad numerum parabolæ vnitate auctum, ad vltimam proportionalem proportionis semibasis parabolæ, ad semibasim trianguli, continuatæ in tot terminos, vt numerus eorum excedat numerum parabolæ binario.

Esto quælibet parabola ABC, sitque maximum triangulum in ea inscriptum GDH, vt supra dictum est. Dico parabolam esse ad triangulum GDH, vt talis pars AD, quæ sè habeat ad AD, vt binarium ad numerum parabolæ vnitate auctum, ad vltimum terminum proportionis AD, ad GF, continuatæ in tot terminos, vt numerus eorum exce-



dat numerum parabolæ binario. V.g. in prima parabola, nempe in triangulo vt AD, ad tertiam proportionalem. In quadratica vt duo tertia AD, ad quartam. In cubica vt duo quarta, seù dimidium AD, ad quintam. Et sic in infinitum. Sit illa vltima proportionalis AQ. In prima parabola, nempe in triangulo res est euidens, quia sicuti triangulum ABC, esset quadruplum trianguli GDH, maximi sibi inscripti, sic AD, quia AD, esset dupla GF, esset quadrupla AQ, tertiæ proportionalis. In alijs parabolis nè schemata multiplicemus, intelligamus inscripta triangula etiam ABC, quorum bases AC, diametri DB. Triangulum ABC, ad triangulum GDH,

GDH, habet rationem compositam ex rationibus AD, ad GF, & BD, ad DF. Sed BD, ad DF, est ex schol. 2. proposit. 54. componendo, vt numerus parabolæ vnitate auctus ad numerum parabolæ, & pariter ex natura parabolæ, cum sit BD, ad DF, vt potestas AD, eiusdem gradus cum parabola, ad excessum ipsius supra similem potestatem GF, nempe ad tot tales potestates GF, quotus est numerus parabolæ. Ergo ratio trianguli ABC, ad GDH, componetur ex ratione AD, ad GF, & ex ratione potestatis AD, eiusdem gradus cum parabola ad tot similes potestates GF, quotus est numerus parabolæ. Sed ex istis rationibus componitur quoque ratio potestatis AD, vno gradu altioris potestate parabolæ, ad tot similes potestates GF, quotus est numerus parabolæ. Ergo triangulum ABC, erit ad triangulum GDH, vt illa potestas AD, ad illas potestates GF. Sed vt potestas AD, ad vnam potestatem GF, sic DA, ad AQ: ergo & vt potestas dicta AD, ad omnes illas potestates GF, sic DA, ad tot AQ. Erit ergo triangulum ABC, ad triangulum GDH, vt DA, ad tot AQ, quotus est numerus parabolæ. Quoniam vero ex proposit. 1. lib. prim est conuertendo, parabola ABC, ad parallelogrammum sibi circumscriptum vt numerus parabolæ ad numerum parabolæ vnitate auctum, nempe vt duplus numerus parabolæ, ad duplum numerum binario auctum; ergo parabola ABC, erit ad triangulum ABC, dimidium parallelogrammi sibi



sibi circumscripti vt duplus numerus parabolę ad numerum parabolæ vnitate auctum; nempe vt magnitudo, quæ se habeat ad AD, vt duplus numerus parabolæ, ad numerum parabolæ vnitate auctum, ad AD. Quare ex ęquali, erit parabola ABC, ad triangulum GDH, vt dicta magnitudo, quæ ad AD, sè habeat vt duplus numerus parabolæ ad numerum parabolæ vnitate auctum, ad tot AQ, quotus est numerus parabolæ. Cum verò antecedens huius proportionis contineat duplum numerum parabolæ, & consequens numerum parabolæ; sequitur antecedens diuidi in tot binaria, in quot vnitates diuiditur consequens: vnde erit vt prædictum antecedens ad prædictum

dictum consequens, sic vnum binarium antecedentis, ad vnitatem consequentis. Erit ergo vt duæ partes illius magnitudinis diuisæ in tot partes quotus est numerus parabolę duplus, & consequenter ipsius AD, diuisæ in tot partes quotus est numerus parabolę vnitate auctus, ad AQ. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM.

Cum autem in proposit. 55, visum sit, triangulum GQD, esse dimidium trianguli maximi inscripti in figura constante ex duabus semiparabolis; sequitur hoc esse ad triangulum maximum sibi inscriptum in supra dicta ratione, continuata ratione AD, ad DQ, diametrum trianguli æqualem GF, vt dictum est. Pariter cum minima triangula circumscripta tam infinitis parabolis, quam infinitis figuris constantibus ex duabus semiparabolis, sint quadrupla maximorum triangulorum in ipsis inscriptorum; sequitur prædictas figuras esse ad minima triangula circumscripta, vt idem antecedens ad quadruplum consequentis: vel vt quarta pars antecedentis ad idem consequens.

PROPOSITIO LXV.

Quodlibet conoides parabolicum est ad maximum conum sibi inscriptum, vt pars radij basis conoidis, quæ se habeat ad totum radium vt vnitas ad numerum conoidis binario auctum,

auctum, ad sextam partem vltimæ proportionalis proportionis dicti radij ad radium basis coni, continuatæ in tot terminos vt numerus eorum excedat numerum conoidis ternario.

SEd supponamus ABC, esse conoides parabolicum, & DGH, maximum conum illi inscriptum, &c. & ratio AD, ad GF, continuetur in tot terminos vt numerus excedat numerum conoidis ternario, sitque vltimus terminus AQ. Dico conoides ad conum esse vt pars AD, quæ sè habeat ad dictam AD, vt vnitas ad numerum conoidis binario auctum, ad sextam partem AQ. V.g. in primo conoide, nempe in cono, vt tertia pars AD, ad sextam partem AQ, quartæ proportionalis. In secundo, vt quarta pars AD, ad sextam partem AQ, quintæ proportionalis. In cubico, vt quinta pars AD, ad sextam partem AQ, sextæ. Et sic in infinitum.

In cono, patet. Quia si ABC, est conus, BF, est dupla FD. Cumque pateat ex propos. 52, ABC, esse ad GDH, vt cubus DB, ad factum sub quadrato BF, in FD, nempe in medietatem BF; nempe ad medietatem cubi BF; & cum sit vt cubus DB, ad medietatem cubi BF, sic cubus AD, ad medietatem cubi GF; nempe tertia pars cubi AD, ad sextam partem cubi GF: & pariter cum sit vt cubus AD, ad cubum GF, sic AD, ad AQ, & vt tertia pars cubi AD, ad sextam partem cubi GF, sic tertia pars AD, ad sextam partem AQ; ergo patet propositum.

In alijs vero conoidibus, mente intelligamus conum ABC, inscriptum in conoide: ergo conus ABC, ad conum GDH, habet rationem compositam ex ratione quadrati AD, ad quadratum GF, & ex ratione BD, ad DF. Sed ex natura conoidis, BD, ad DF, est vt potestas AD, eiusdem gradus cum conoide, ad excessum eiusdem supra similem potestatem GF; & pariter ex schol. proposit. 58, componendo, est BD, ad DF, vt dimidium numeri conoidis vnitate auctum ad dimidium numeri conoidis; nempe vt numerus conoidis binario auctus, ad numerum conoidis; vnde excessus prædictæ potestatis AD, supra similem potestatem GF, continet tot partes prædictæ potestatis AD, diuisæ in tot partes quotus est numerus conoidis binario auctus, quotus est numerus conoidis; nempe tot medietates similis potestatis GF, quotus est numerus conoidis. Ergo proportio coni ABC, ad conum GDH, componetur ex ratione quadrati AD, ad quadratum GF, & ex ratione potestatis AD, ad tot medietates similis potestatis GF, quotus est numerus conoidis. Ergo conus ABC, erit ad conum GDH, vt potestas AD, duplici gradu altior potestate conoidis, ad factum sub quadrato GF, & sub prædictis medietatibus potestatis GF; nempe ad tot medietates similis potestatis GF, quotus est numerus conoidis; nempe vt AD, ad tot medietates

tes AQ, quotus est numerus conoidis. Ast cum ex proposit. 15, lib. 3. sit conuertendo, conoides ABC, ad cylindrum sibi circumscriptum vt numerus conoidis ad numerum conoidis binario auctum; nempe vt triplus numerus conoidis, ad triplum numerum conoidis senario auctum: erit idem conoides ad conum ABC, tertiam partem talis cylindri, vt triplus numerus conoidis, ad numerum conoidis binario auctum: nempe vt tot partes AD, diuisæ in tot partes quotus est numerus conoidis binario auctus, quotus est triplus numerus conoidis, ad AD. Ergo ex æquali, erit conoides ABC, ad conum GDH, vt prædictæ partes AD, quotus est triplus numerus conoidis, ad tot medietates AQ, quotus est numerus conoidis. Et diuisis vtrisque terminis per 3, erit conoides ABC, ad conum GDH, vt tres partes AD, diuisæ prædicto modo, ad dimidiam AQ. Et subtriplando hos terminos, vt vnica talium partium AD, ad sextam partem AQ. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM.

Cum ex supra dictis, constet, minimum conum kEL, conoidi circumscriptum, esse maximum circumscriptum cono GDH; & cum ex schol. prop. 52, constet conum GDH, esse ad conum kEL, vt 4, ad 27, sequitur conoides esse ad conum KEL, vt prædicta pars AD, ad AQ, cum eius octaua parte.

PRO-

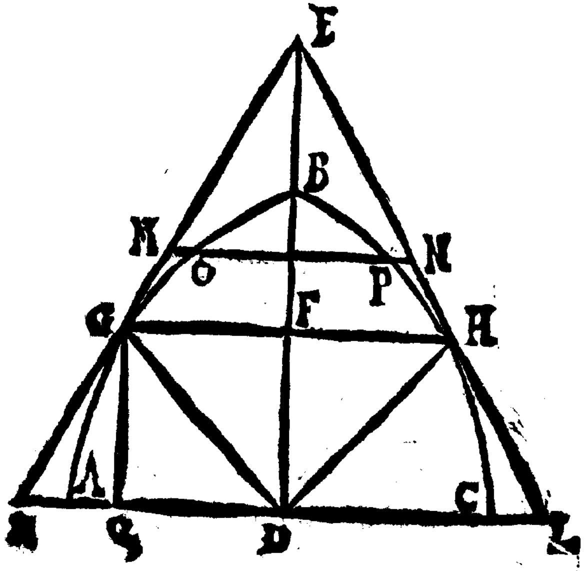
PROPOSITIO LXVI.

Quilibet semifusus parabolicus, est ad maximum conum sibi inscriptum vt vnica pars quadrati semibasis parabolæ diuisi in tot partes quot vnitates continet tertia pars rectanguli contenti sub numero fusi vnitate aucto, & sub duplo numero fusi vnitate aucto, ad duo rectangula contenta sub duobus vltimis terminis proportionis basis semiparabolæ ad altitudinem coni, continuatæ in tot terminos, vt numerus eorum excedat numerum fusi binario.

Sed intelligamus semiparabolam ABD, cuius basis AD, diameter BD, cum triangulo GQD, rotari circa AD, adeovt conus genitus sit maximus in semifuso inscriptus: & ratio AD, ad DQ, sit continuata ad tot terminos, vt numerus eorum excedat numerum fusi binario; sintque duo vltimi ~~minimi termini~~ QA, Ak. Dico semifusum ex BAD, esse ad conum ex GQD, vt vnica pars quadrati AD, diuisi in tot partes quot vnitates continet tertia pars rectanguli sub numero fusi vnitate aucto, & sub duplo numero fusi vnitate aucto, ad duo rectangula QAk. V. g. in primo semifuso, vt dimidium quadrati AD, ad illa duo rectangula. In secundo, vt quinta pars quadrati AD. In tertio vt vnica pars quadrati AD, diuisi in 9, cum tertia parte vnius. Et sic discurrendo.

Quod enim in cono sic res se habeat, patet. Quia

Dd in



in ipso ratio AD, ad DQ, continuanda est tantum ad tertium terminum; hic sit kA; vnde duo vltimi minimi termini erunt DQ, kA. Ergo est probandum conum ex BAD, esse ad conum ex GDQ, vt dimidium quadrati AD, ad duo rectangula DQ, KA. Cum enim in tali casu, sit AQ, dupla QD, erit conus ad conum vt cubus AD, ad 4. cubos QD; nempe vt dimidium cubi AD, ad duos cubos DQ. Sed vt dimidium cubi AD, ad duos cubos QD, sic dimidium quadrati AD, ad duo rectangula DQ, Ak. Quare patet propositum.

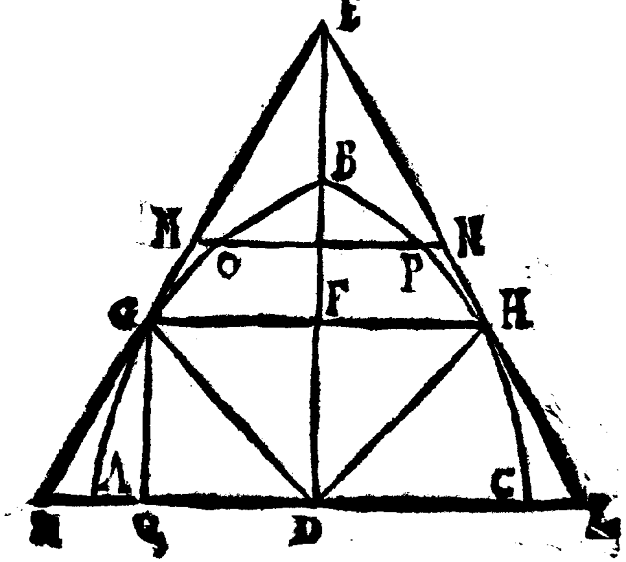
Quod vero vt dimidium cubi ad duos cubos, sic dimidium quadrati ad duo rectangula, est manife-

stum;

stum; quia rationes antecedentium ad consequentia componuntur ex ijsdem rationibus. Ratio enim dimidij cubi AD, ad cubum DQ, componitur ex ratione AD, ad DQ, & ex ratione dimidij quadrati AD, ad quadratum DQ, quæ ratio est æqualis rationi dimidiæ AD, ad AK, ex quibus rationibus componitur quoque ratio dimidij quadrati AD, ad rectangulum DQ, Ak.

In alijs vero, intellecto triangulo BAD, reuolutoque ipso circa AD, habet conus ex ipso ad conum ex QGD, rationem compositam ex ratione AD, ad DQ, & ex ratione quadrati BD, ad quadratum DF, nempe ex duplici ratione BD, ad DF. Cum autem sit componendo, ex schol. proposit. 61, BD, ad DF, vt duplus numerus fusi vnitate auctus ad duplum numerum fusi; & cum pariter sit BD, ad DF, vt potestas AD, eiusdem gradus cum fuso ad excessum ipsius supra similem potestatem GF, nempe ad tot similes potestates GF, quotus est duplus numerus fusi. Ergo proportio coni ex triangulo BAD, ad conum ex triangulo GQD, componetur ex ratione AD, ad DQ, & ex ratione potestatis AD, ad tot similes potestates GF, seu QD, quotus est duplus numerus fusi, & ex ratione BD, ad DF. Sed ex rationibus AD, ad DQ, & potestatis dictæ AD, ad dictas potestates QD, componitur ratio potestatum vnius gradus altioris. Ergo ratio coni ad conum componetur ex ratione potestatis AD, vno

Dd 2 gra-



gradu altioris potestate fusi ad tot similes potestates DQ, quotus est duplus numerus fusi, & ex ratione BD, ad DF. Sed cum sit vt potestas AD, vno gradu altior potestate fusi ad similem potestatem DQ, sic DA, ad Ak; vnde & vt potestas AD, ad tot potestates DQ, quotus est duplus numerus fusi sic DA, ad tot numero Ak. Ergo ratio coni ex triangulo BAD, ad conum ex triangulo GQD, componetur ex ratione AD, ad tot Ak, quotus est duplus numerus fusi, & ex ratione BD, ad DF. Rursum BD, ad DF, patuit supra, esse vt potestas AD, eiusdem gradus cum fuso ad tot similes potestates QD, quotus est duplus numerus fusi; & vt talis pote-

potestas ad tales potestates sic, DA, ad tot numero AQ. Ergo ratio coni ad conum componetur ex rationibus AD, ad tot Ak, & eiusdem AD, ad tot QA, quotus est duplus numerus fusi: nimirum erit conus ad conum vt quadratum AD, ad rectangulum sub illis tot kA, & AQ, quotus est duplus numerus fusi. Ast quoniam ex proposit. 16, lib. 2. est conuertendo, semifusus ex semiparabola BAD, ad cylindrum sibi circumscriptum, vt quadratũ numeri parabolę ad rectangulũ sub dimidio numeri parabolę vnitate aucti, & sub duplo numero parabolæ vnitate aucto; vel vt duplum ad duplum; nempe vt duplum quadratum numeri parabolæ ad rectangulum sub numero vnitate aucto, & sub duplo numero vnitate aucto, vnde est semifusus ad tertiam partem cylindri, nempe ad conum ex triangulo BAD, vt antecedens, ad tertiam partem consequentis; & vt antecedens ad tertiam partem consequentis, sic tot partes quot vnitates continet duplum quadratum numeri fusi (hoc est rectangulum sub numero, & sub duplo numero) quadrati AD, diuisi in tot partes quot vnitates continet tertia pars rectanguli sub numero fusi vnitate aucto, & sub duplo numero vnitate aucto, ad quadratum AD. Ergo ex æquali, erit semifusus ad conum ex GQD, vt tot partes quadrati AD, diuisi vt dictum est, quot vnitates continet rectangulum sub numero fusi, & sub duplo numero, ad tot rectangula sub tot KA, & sub tot AQ, quotus est duplus numerus fusi. Cum vero numerus antecedentis, nempe

nempe partium quadrati A D, sit numerus ortus ex numero fusi, & ex duplo numero; & numerus rectangulorum ex kA, AQ, sit numerus ortus ex duplo numero, & ex duplo numero; sequitur primum numerum, nempe quadratorum, esse dimidium numeri secundi, nempe rectangulorum K A Q. Quare quot vnitates continet numerus quadratorum, tot binaria continet numerus rectangulorum. Erit ergo vt omnia illa quadrata ad omnia rectangula, sic vnicum quadratum ad vnicum rectangulum. Erit ergo semifusus ad conum ex GQD, maximum sibi inscriptum vt vnica pars quadrati A D, diuisi in tot partes quot vnitates continet tertia pars rectanguli sub numero fusi vnitate aucto, & sub duplo numero vnitate aucto, ad duo rectangula Q A k. Quod erat ostendendum.

SCHOLIVM.

Cum ergo conus minimus circumscriptus semifuso sit ad maximum inscriptum vt 27, ad 4; sequitur semifusum esse ad ipsum, vt prædictum antecedens ad 13, rectangula Q A K, cum dimidio.

Hæc ergo sunt benigne lector, quæ pro tertiá hac vice determinauimus tibi communicare. Impressio nostri operis de Infinitis Parabolis absoluta fuit die quarta præteriti Mensis Iulij Compositio Miscellanei præsentis terminata fuit die 26. Augusti. Hæc tibi exponimus vt habeas vnde colligas fauorabiles excu-

excusationes pro imperfectionibus in ipso contentis. Sufficere enim arbitramur notificare compositum fuisse tempore æstiuo, & dum Canicula, & Leo magis, magisque feruent. Hæc etenim tempora potius otio, & quieti, quam speculationibus geometricis, hoc est sublimibus, videntur accomodata. Verum propemodum impossibile est cohibere intellectum nè vagetur vbicunque ei libuerit. Præterquamquod in inuentionibus rerum geometricarum, expectandæ sunt illæ fauorabiles cælestes directiones, quæ influunt non quando nos, sed quando ipsæ volunt. Tabellam errorum non exhibemus; relinquimus enim illos tuæ diligentiæ, tuæque humanitati. Diligentiæ vt illos corrigas; humanitati vt eos libenter sustineas; memor impressionem librorum matrem esse errorum; atque in impressione speculationum abstractarum, intellectum auctoris sic incumbere substantiæ, vt accidentia cogatur negligere. Vale.

F I N I S.